

Miejsce  
na naklejkę  
z kodem szkoły

dysleksja



MMA-R1\_1P-072

**EGZAMIN MATURALNY  
Z MATEMATYKI  
POZIOM ROZSZERZONY**

**MAJ  
ROK 2007**

**Czas pracy 180 minut**

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 15 stron (zadania 1 – 11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
9. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
10. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj  pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.



Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie  
**50 punktów**

*Życzymy powodzenia!*

**Wypełnia zdający  
przed rozpoczęciem pracy**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**PESEL ZDAJĄCEGO**

--	--	--

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

**Zadanie 1. (5 pkt)**

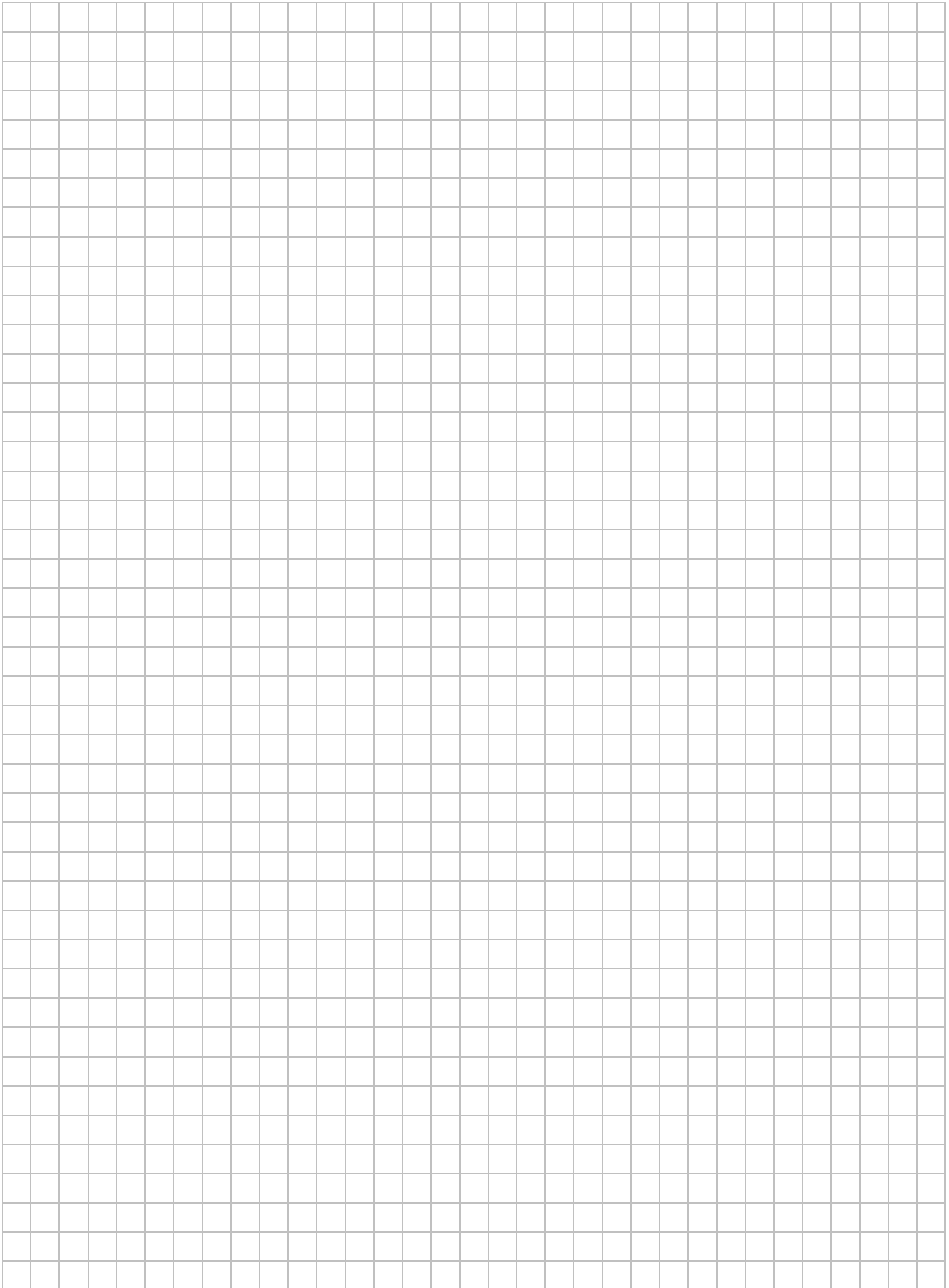
Dana jest funkcja  $f(x) = |x-1| - |x+2|$  dla  $x \in \mathbb{R}$ .

- Wyznacz zbiór wartości funkcji  $f$  dla  $x \in (-\infty, -2)$ .
- Naszkicuj wykres tej funkcji.
- Podaj jej miejsca zerowe.
- Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie  $f(x) = m$  nie ma rozwiązania.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	1.1.	1.2.	1.3.	1.4.	1.5.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

**Zadanie 2. (5 pkt)**

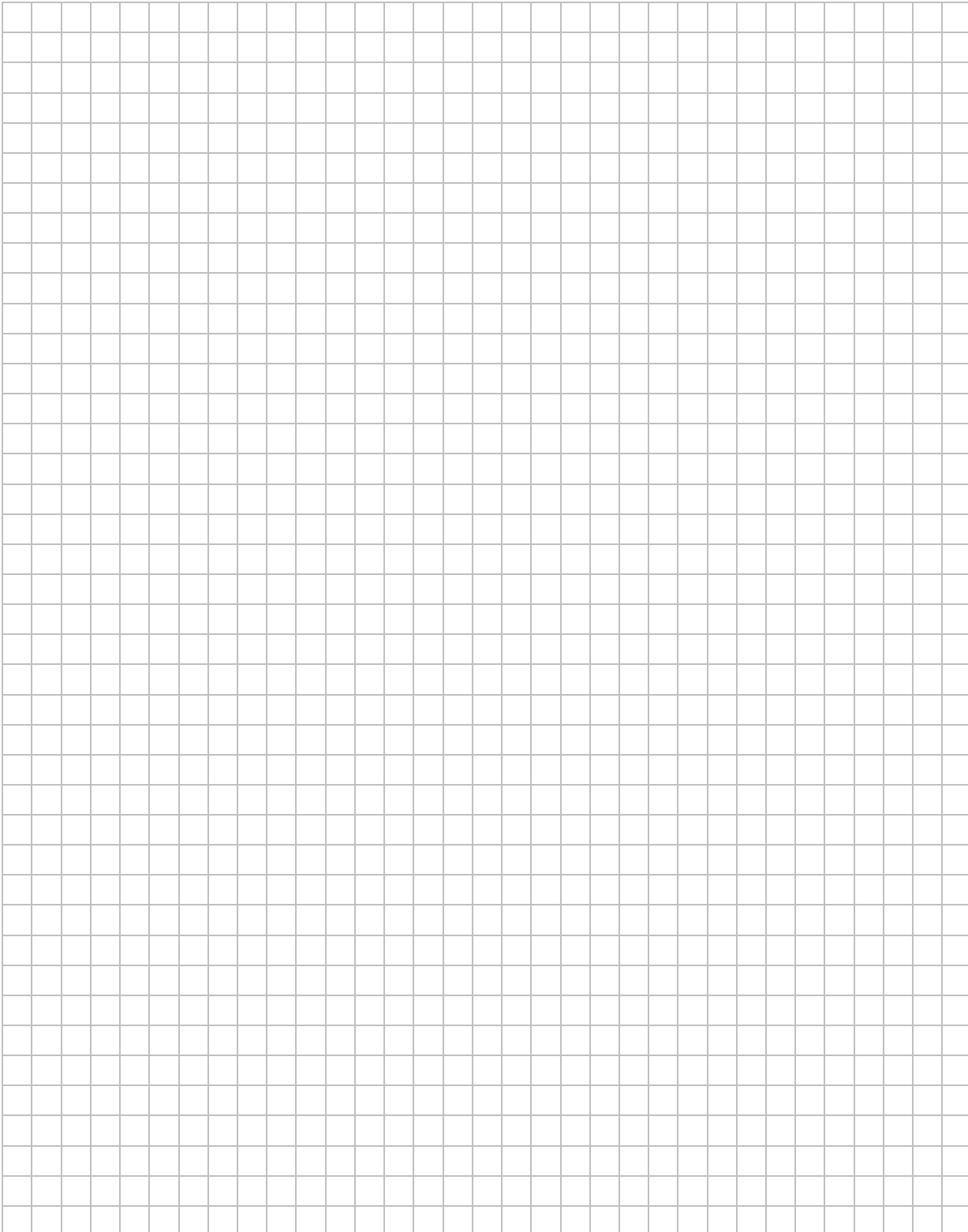
Rozwiąż nierówność:  $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 1) + \log_{\frac{1}{3}}(5 - x) > \log_{\frac{1}{3}}(3(x + 1))$ .



<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>2.1.</b>	<b>2.2.</b>	<b>2.3.</b>	<b>2.4.</b>	<b>2.5.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>					

**Zadanie 3. (5 pkt)**

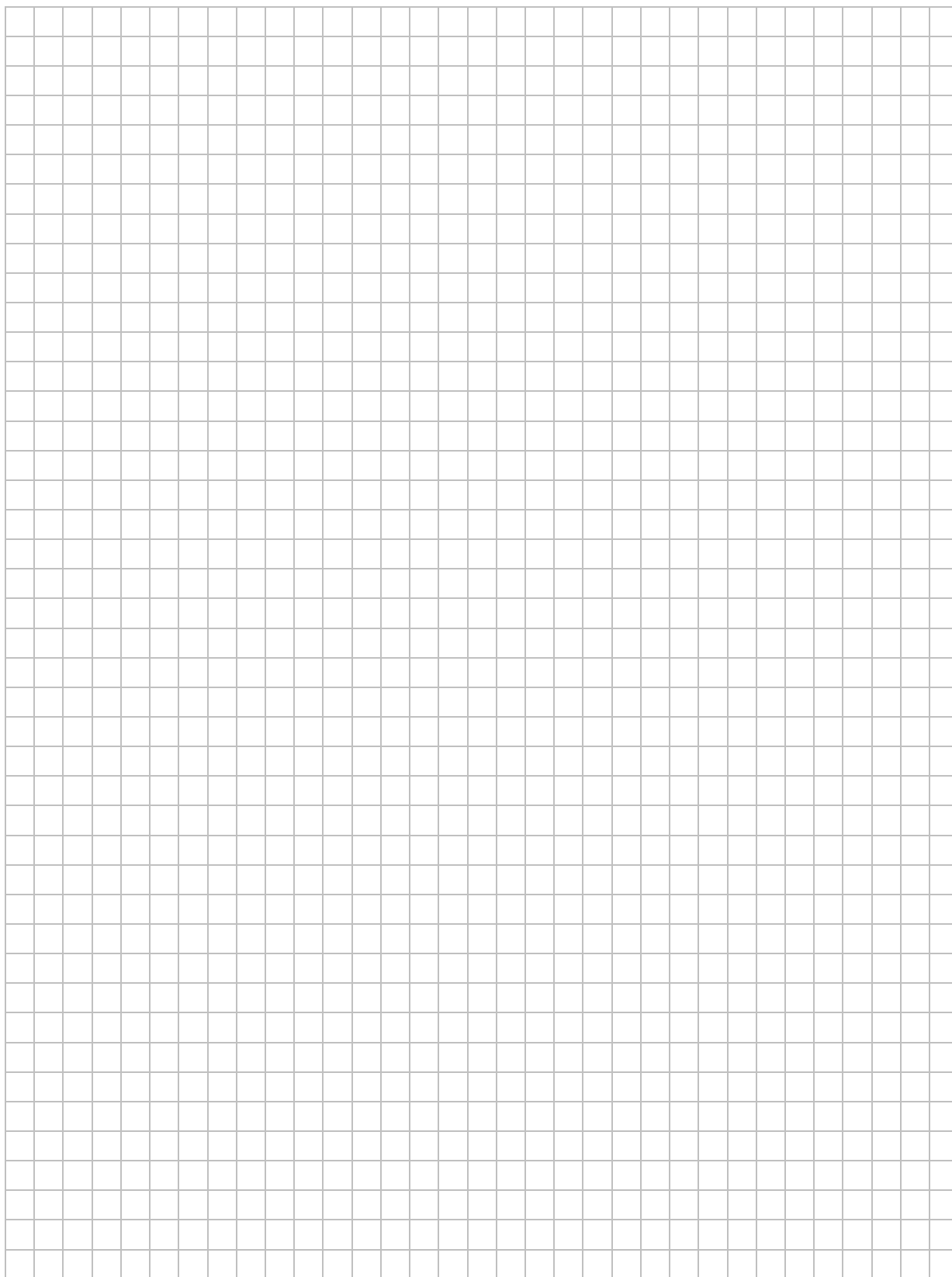
Kapsuła ładownika ma kształt stożka zakończonego w podstawie półkulą o tym samym promieniu co promień podstawy stożka. Wysokość stożka jest o 1 m większa niż promień półkuli. Objętość stożka stanowi  $\frac{2}{3}$  objętości całej kapsuły. Oblicz objętość kapsuły ładownika.



<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>3.1.</b>	<b>3.2.</b>	<b>3.3.</b>	<b>3.4.</b>	<b>3.5.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>					

**Zadanie 4. (3 pkt)**

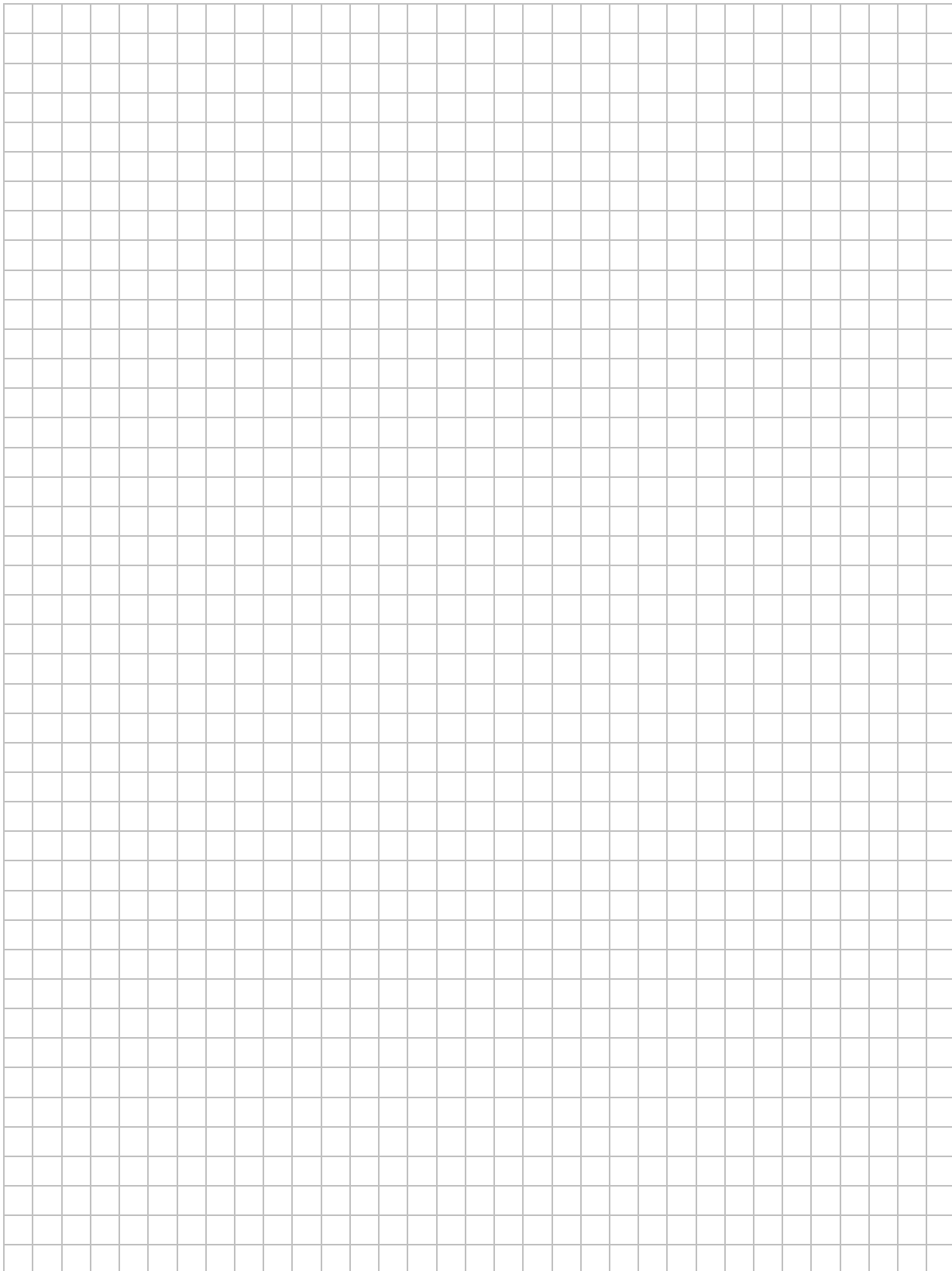
Dany jest trójkąt o bokach długości  $1$ ,  $\frac{3}{2}$ ,  $2$ . Oblicz cosinus i sinus kąta leżącego naprzeciw najkrótszego boku tego trójkąta.



<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>4.1.</b>	<b>4.2.</b>	<b>4.3.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>			

**Zadanie 5. (7 pkt)**

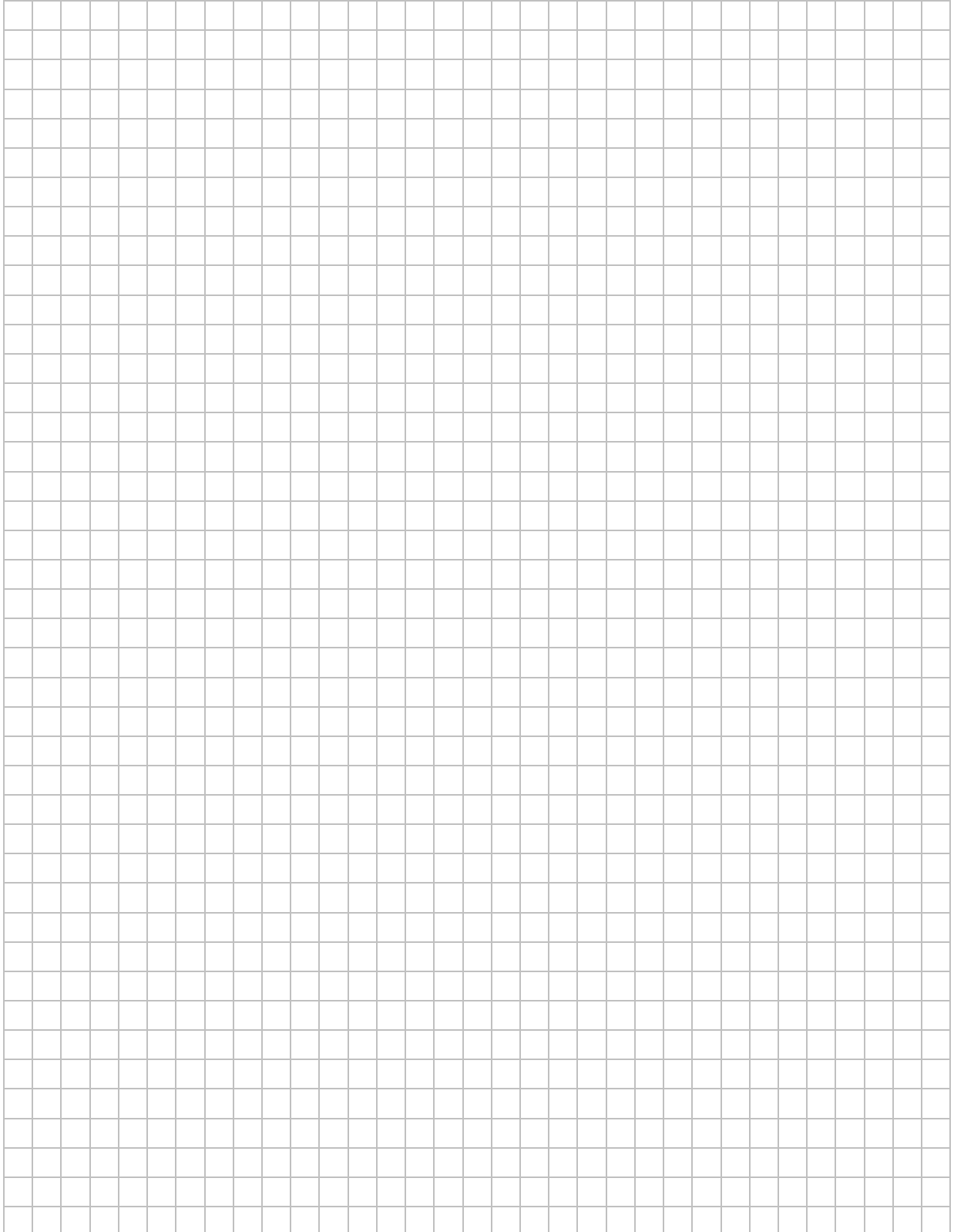
Wierzchołki trójkąta równobocznego  $ABC$  są punktami paraboli  $y = -x^2 + 6x$ . Punkt  $C$  jest jej wierzchołkiem, a bok  $AB$  jest równoległy do osi  $Ox$ . Sporządź rysunek w układzie współrzędnych i wyznacz współrzędne wierzchołków tego trójkąta.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	5.1.	5.2.	5.3.	5.4.	5.5.	5.6.	5.7.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt							

**Zadanie 6. (4 pkt)**

Niech  $A, B$  będą zdarzeniami o prawdopodobieństwach  $P(A)$  i  $P(B)$ . Wykaż, że jeżeli  $P(A)=0,85$  i  $P(B)=0,75$ , to prawdopodobieństwo warunkowe spełnia nierówność  $P(A|B) \geq 0,8$ .

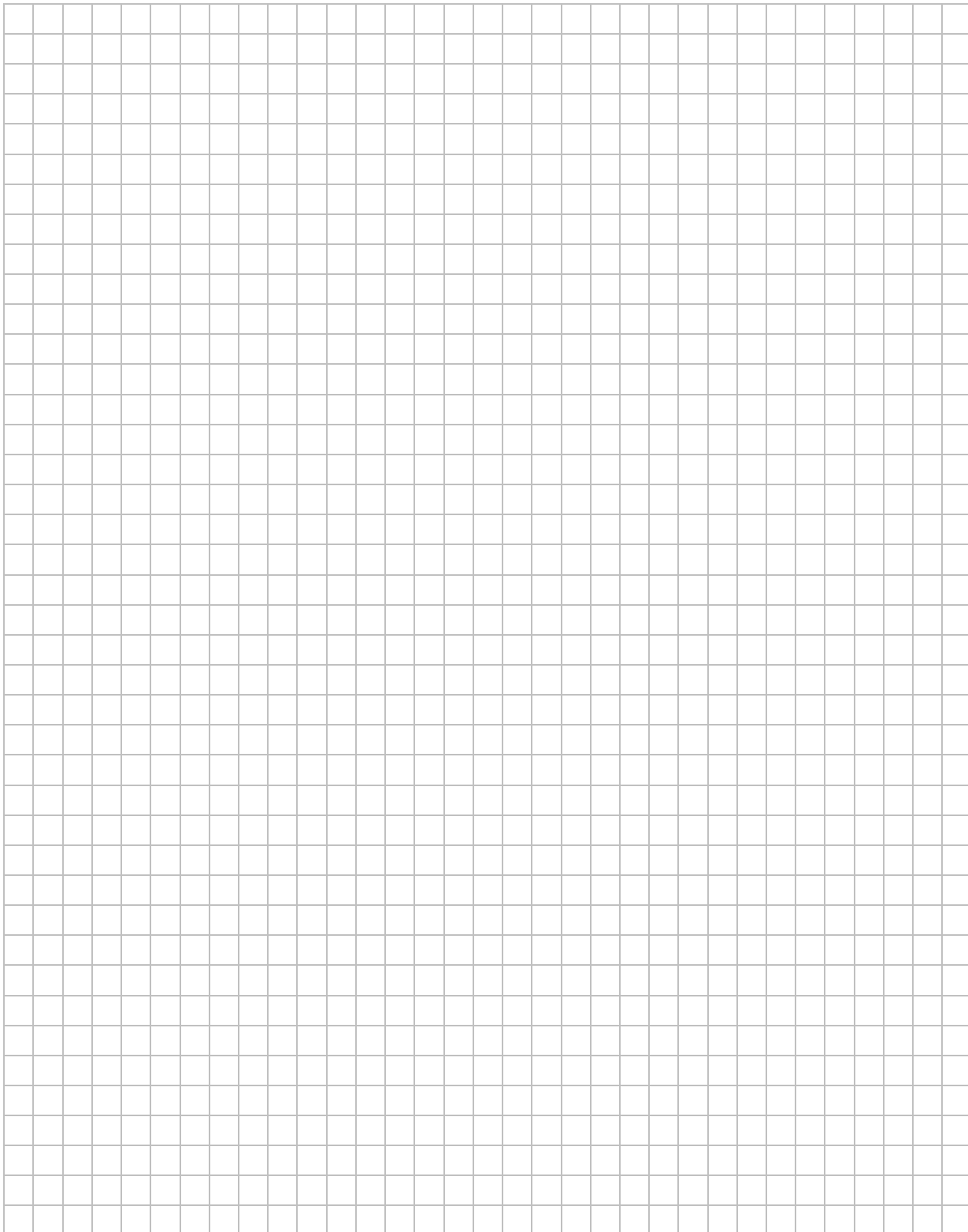


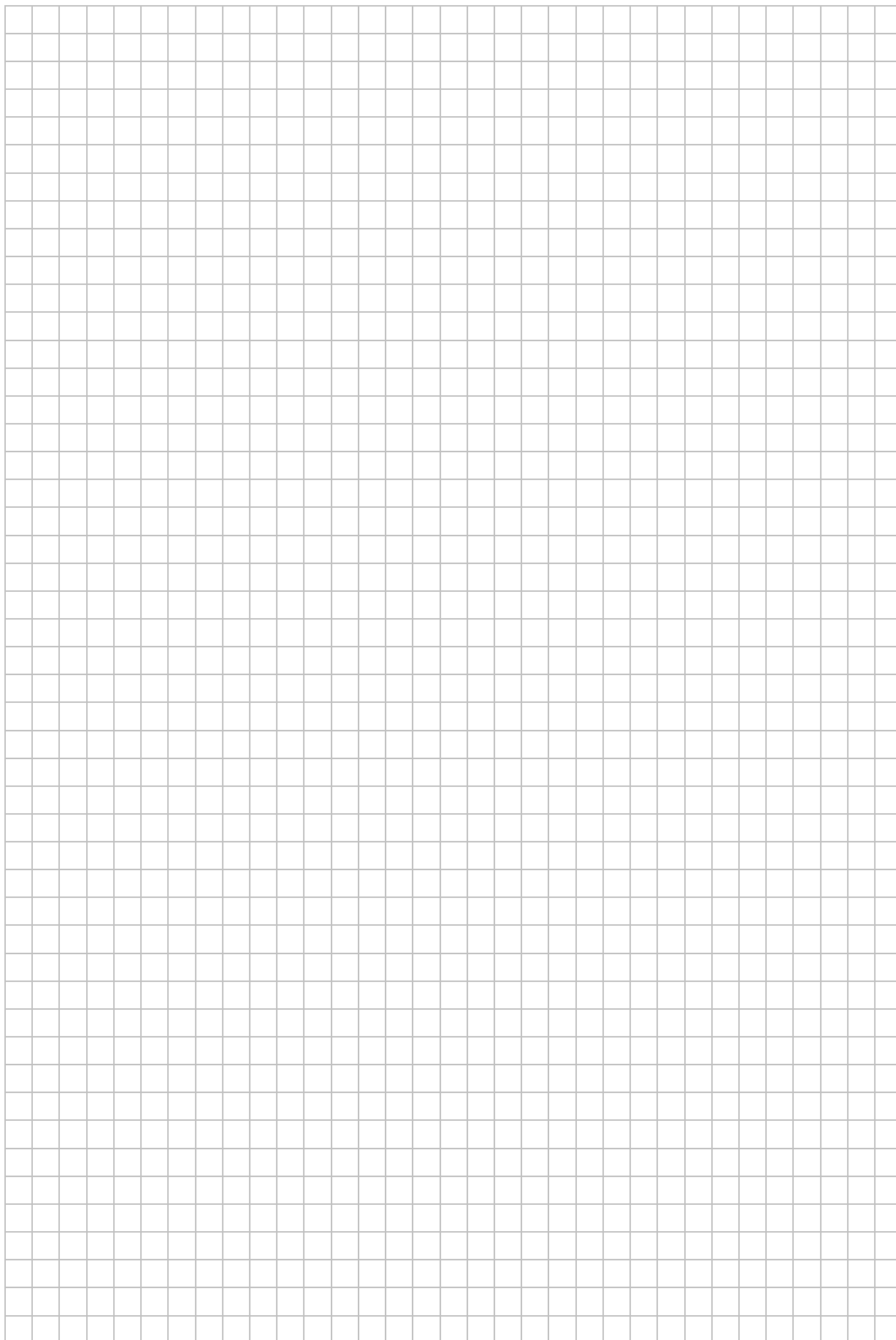
<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>6.1.</b>	<b>6.2.</b>	<b>6.3.</b>	<b>6.4.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>				

**Zadanie 7. (7 pkt)**

Dany jest układ równań: 
$$\begin{cases} mx - y = 2 \\ x + my = m \end{cases}.$$

Dla każdej wartości parametru  $m$  wyznacz parę liczb  $(x, y)$ , która jest rozwiązaniem tego układu równań. Wyznacz najmniejszą wartość sumy  $x + y$  dla  $m \in \langle 2, 4 \rangle$ .



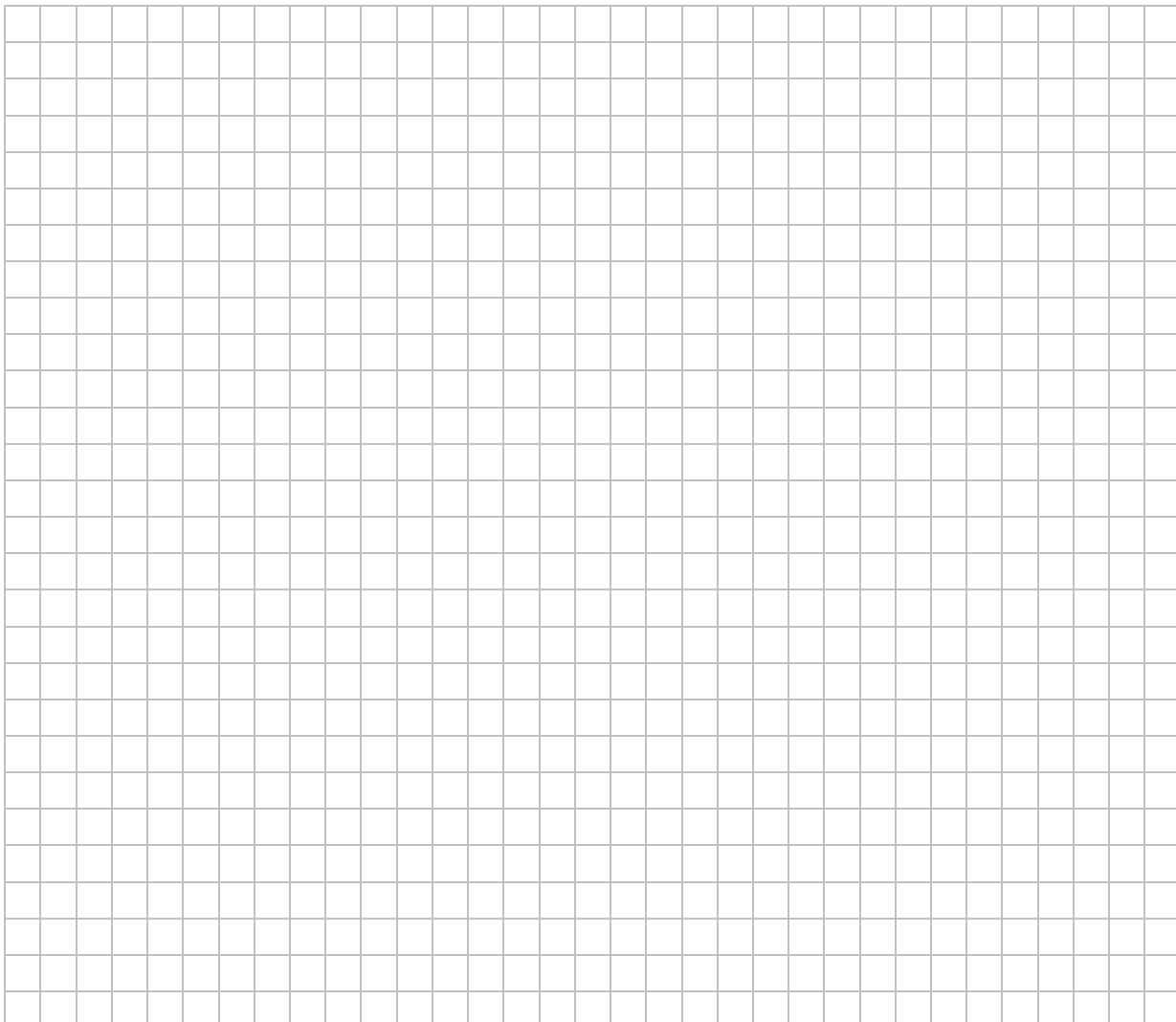
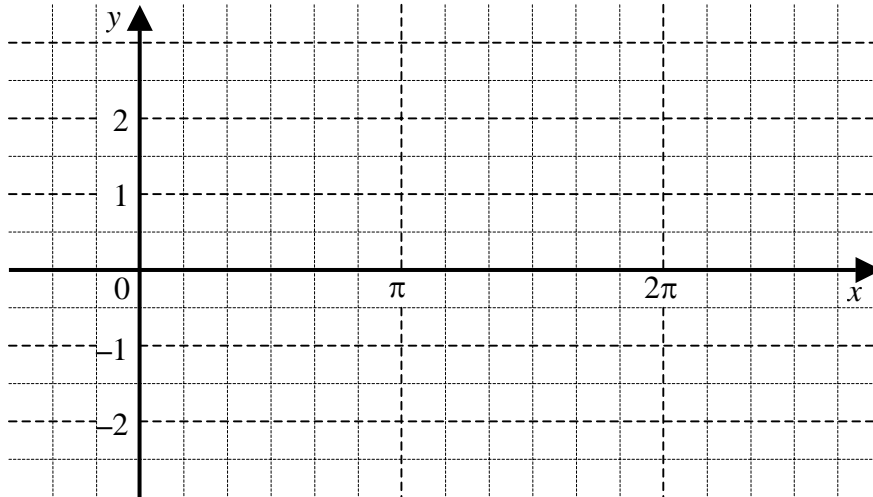


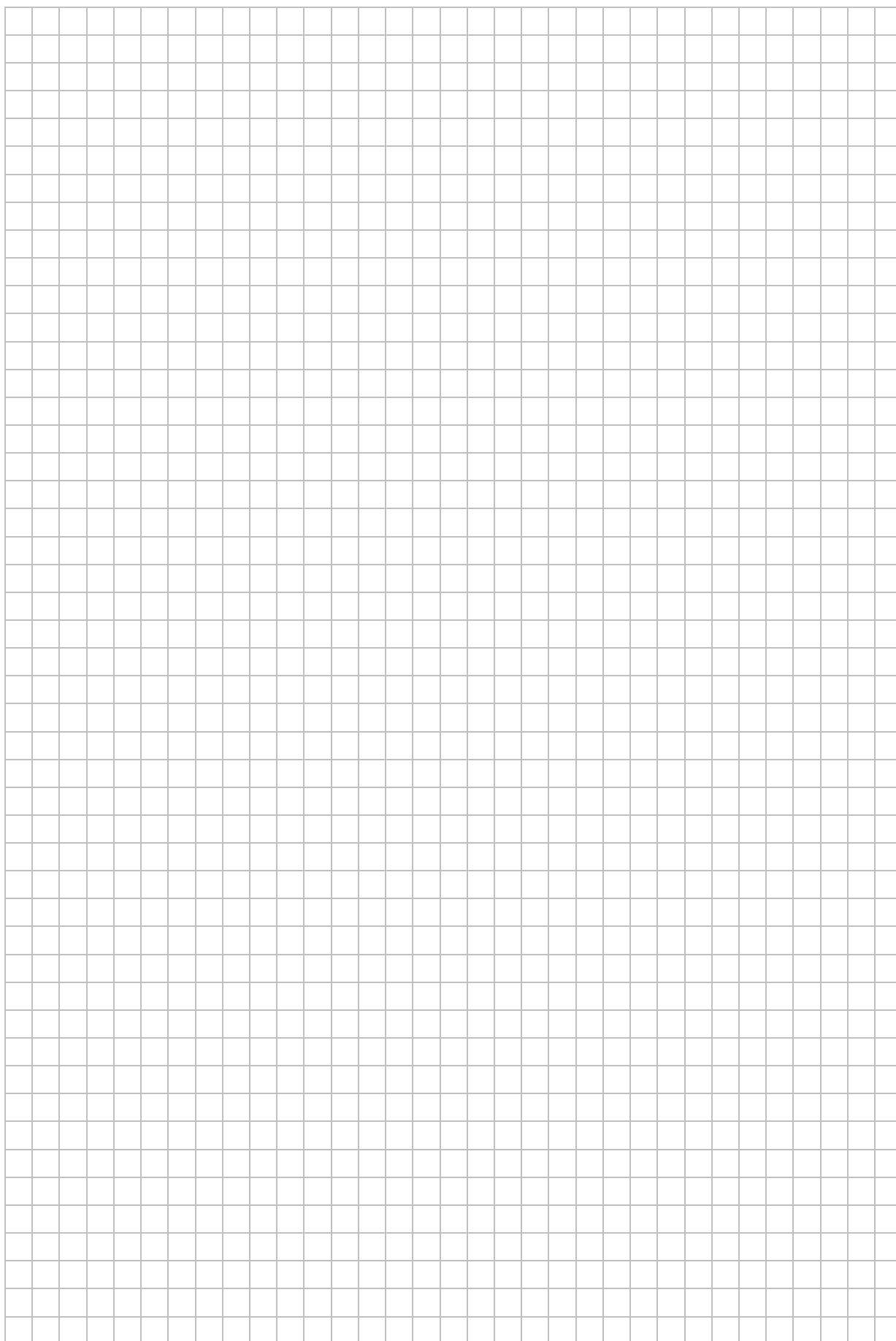
<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>7.1.</b>	<b>7.2.</b>	<b>7.3.</b>	<b>7.4.</b>	<b>7.5.</b>	<b>7.6.</b>	<b>7.7.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>							

**Zadanie 8. (3 pkt)**

Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem  $f(x) = \frac{\sin^2 x - |\sin x|}{\sin x}$  dla  $x \in (0, \pi) \cup (\pi, 2\pi)$ .

- Naszkiej wykres funkcji  $f$ .
- Wyznacz miejsca zerowe funkcji  $f$ .

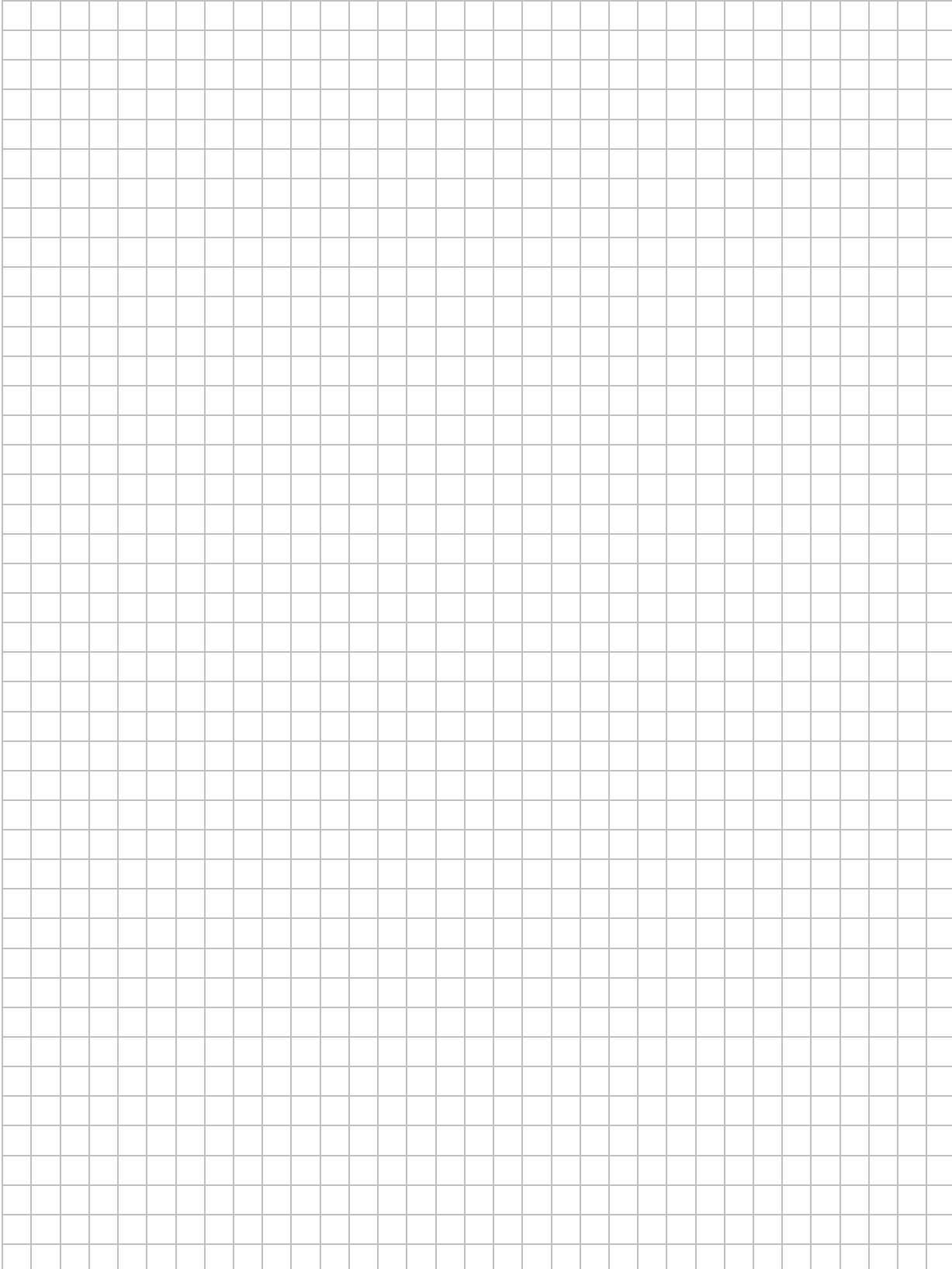




<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>8.1.</b>	<b>8.2.</b>	<b>8.3.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>			

**Zadanie 9. (3 pkt)**

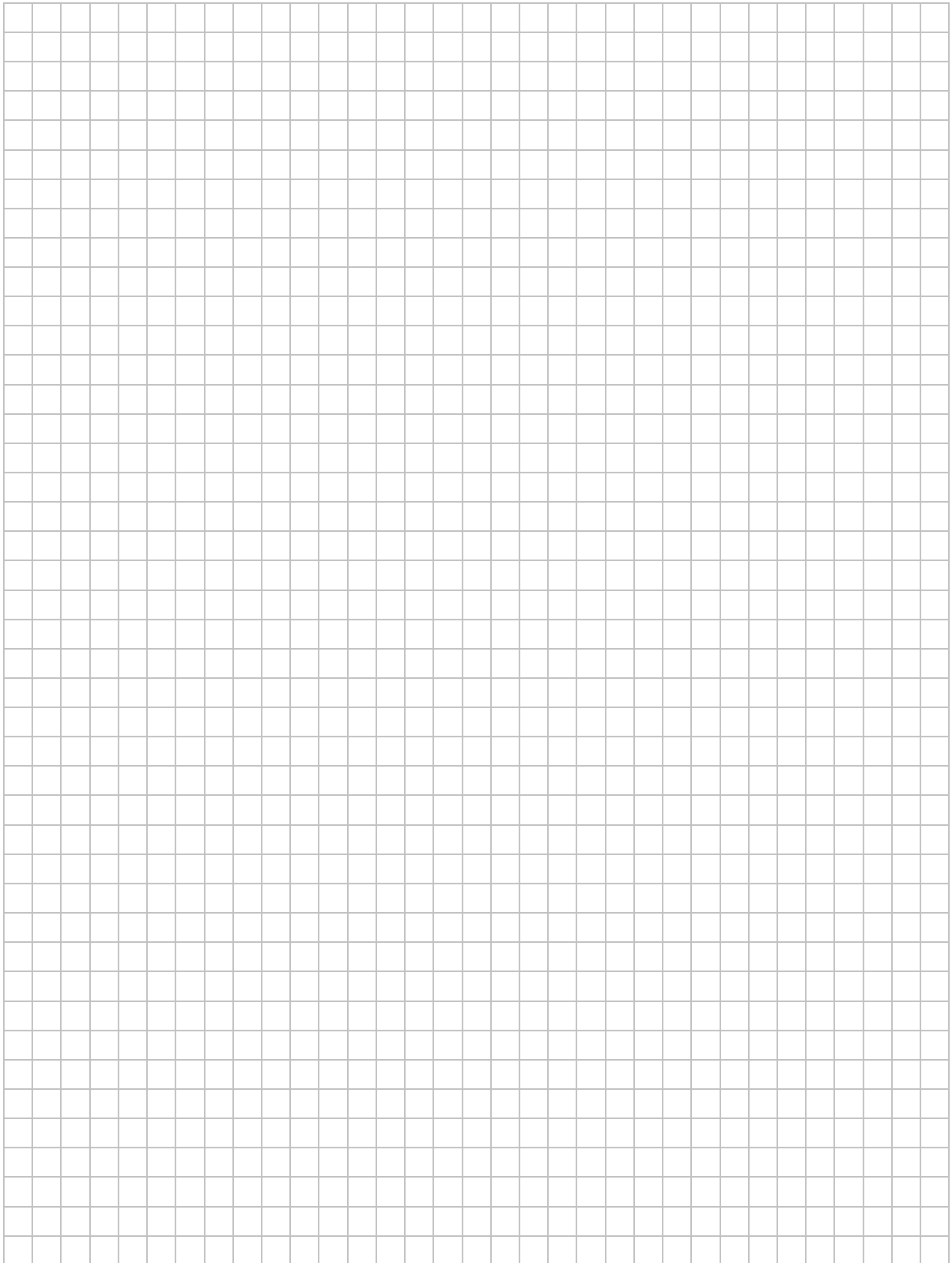
Przedstaw wielomian  $W(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x - 1$  w postaci iloczynu dwóch wielomianów stopnia drugiego o współczynnikach całkowitych i takich, że współczynniki przy drugich potęgach są równe jeden.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	9.1.	9.2.	9.3.
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			

**Zadanie 10. (4 pkt)**

Na kole opisany jest romb. Stosunek pola koła do pola rombu wynosi  $\frac{\pi\sqrt{3}}{8}$ . Wyznacz miarę kąta ostrego rombu.



<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>10.1.</b>	<b>10.2.</b>	<b>10.3.</b>	<b>10.4.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>				

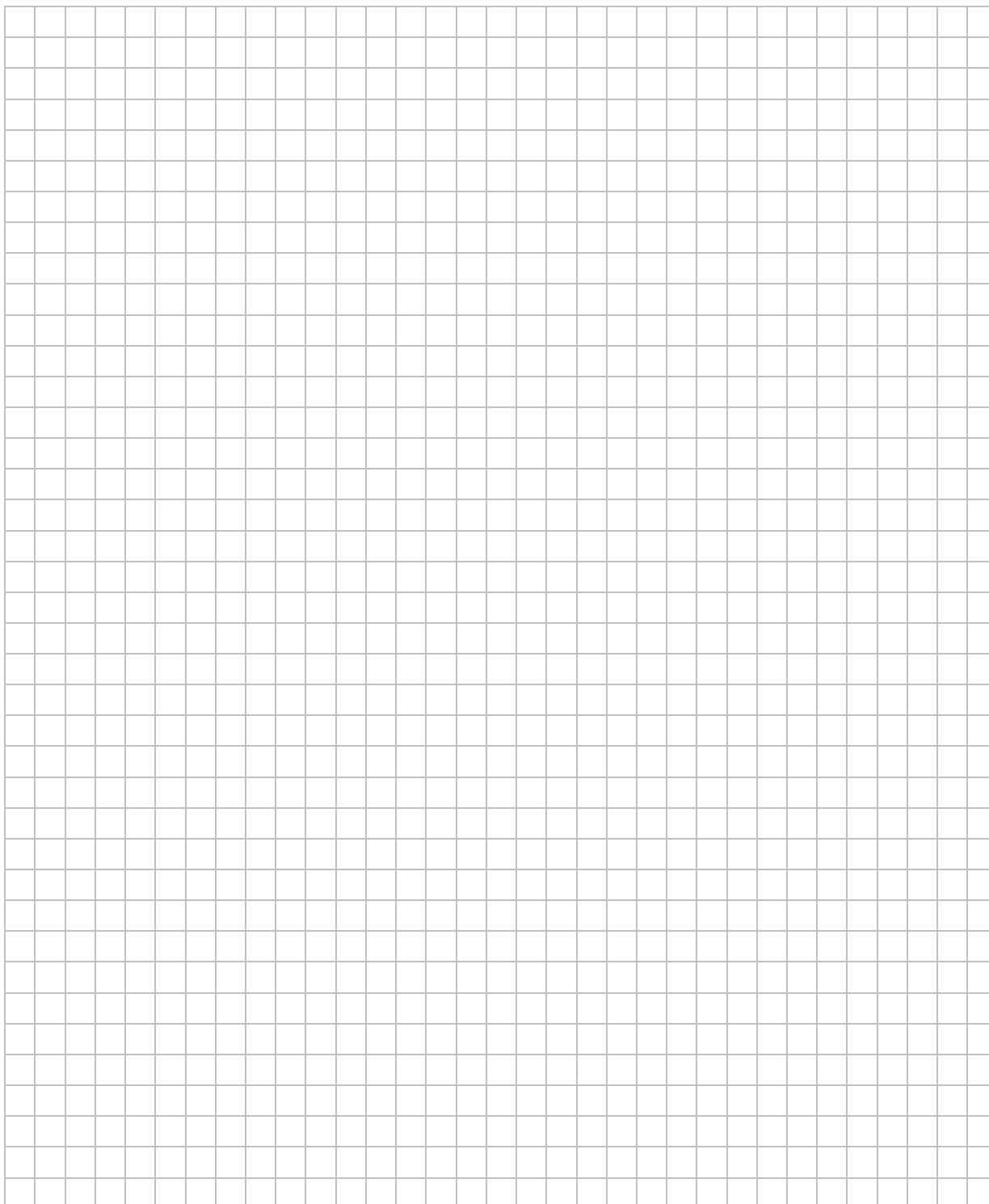
**Zadanie 11. (4 pkt)**

Suma  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego  $(a_n)$  wyraża się wzorem  $S_n = 2n^2 + n$  dla  $n \geq 1$ .

a) Oblicz sumę 50 początkowych wyrazów tego ciągu o numerach parzystych:

$$a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{100}.$$

b) Oblicz  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{3n^2 - 2}$ .



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	11.1.	11.2.	11.3.	11.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

**BRUDNOPIS**