

Miejsce na naklejkę

Wypełnia zespół nadzorujący

--	--	--

KOD
ZDAJĄCEGO

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

MMA-R1 4P-091

**PRÓBNY EGZAMIN
MATURALNY
Z MATEMATYKI
POZIOM ROZSZERZONY**

**STYCZEŃ
ROK 2009**

**Czas pracy
180 minut**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 24 strony (zadania 1 – 11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
8. Czas pracy może być wydłużony o 30 minut.

Za
rozwiązanie
wszystkich
zadań można
otrzymać
łącznie
50 punktów

Życzymy powodzenia!

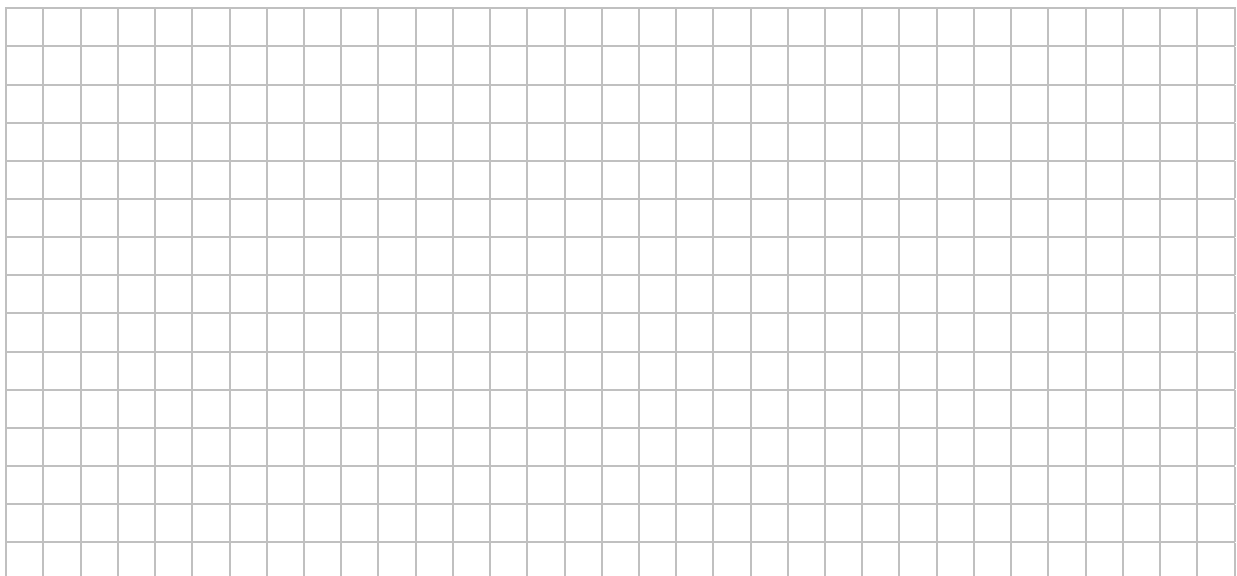
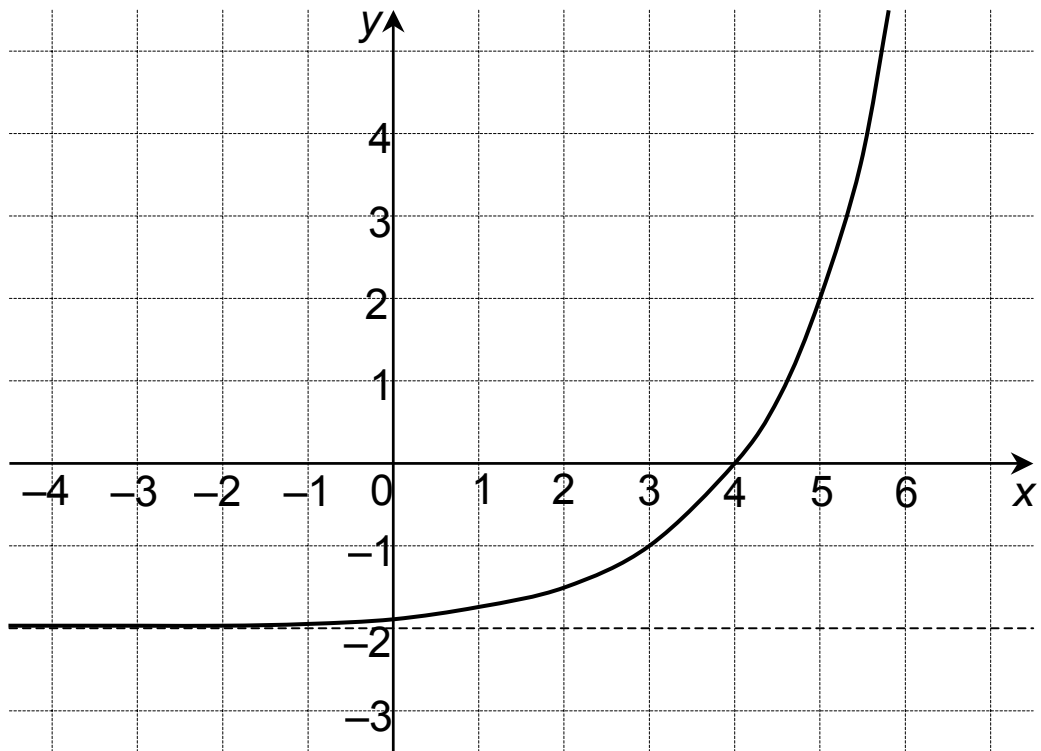
Zadanie 1. (3 pkt)

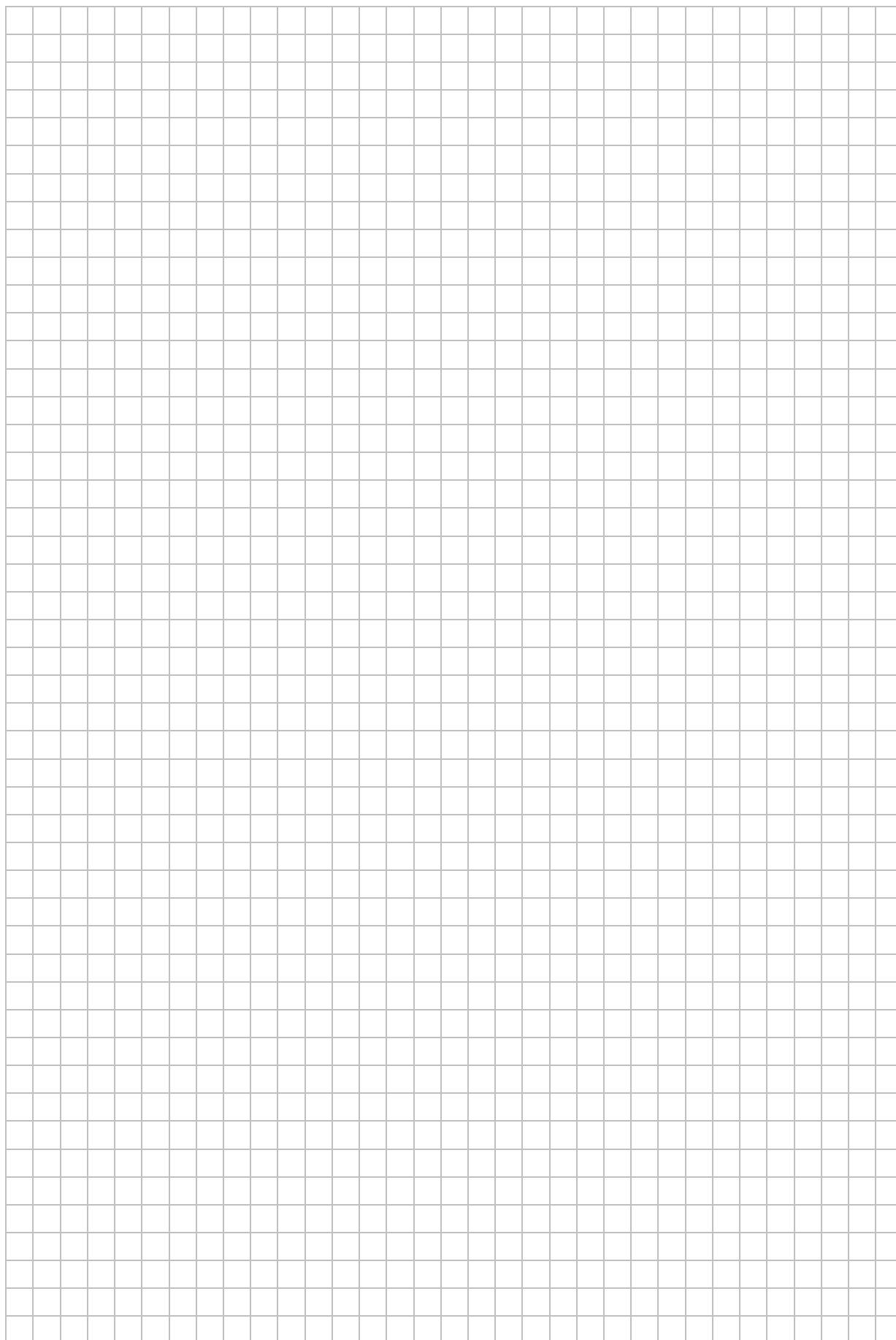
Na rysunku narysowano fragment wykresu funkcji $f(x) = 2^{x-3} - b$ określonej dla $x \in \mathbb{R}$.

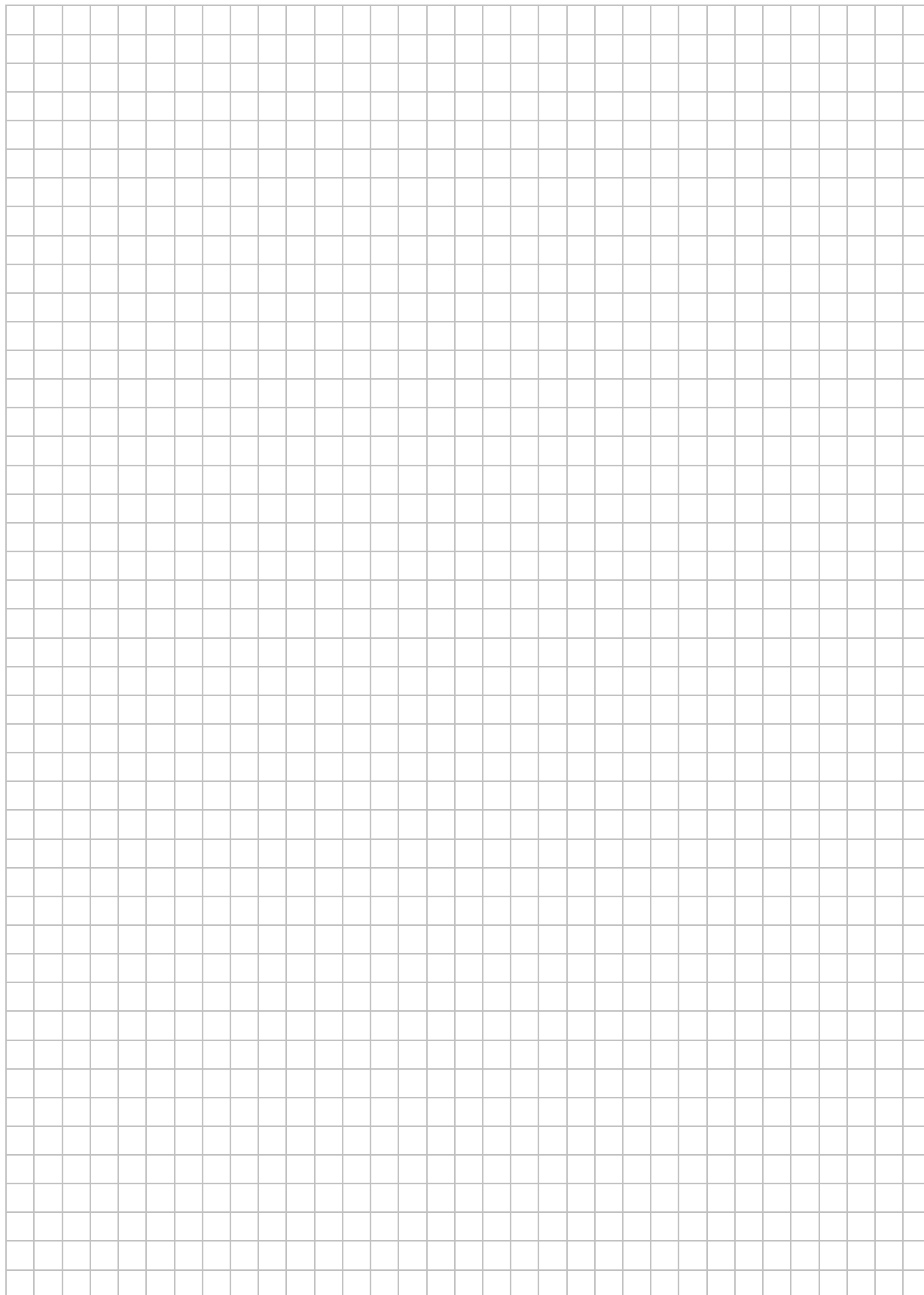
a) Podaj wartość b .

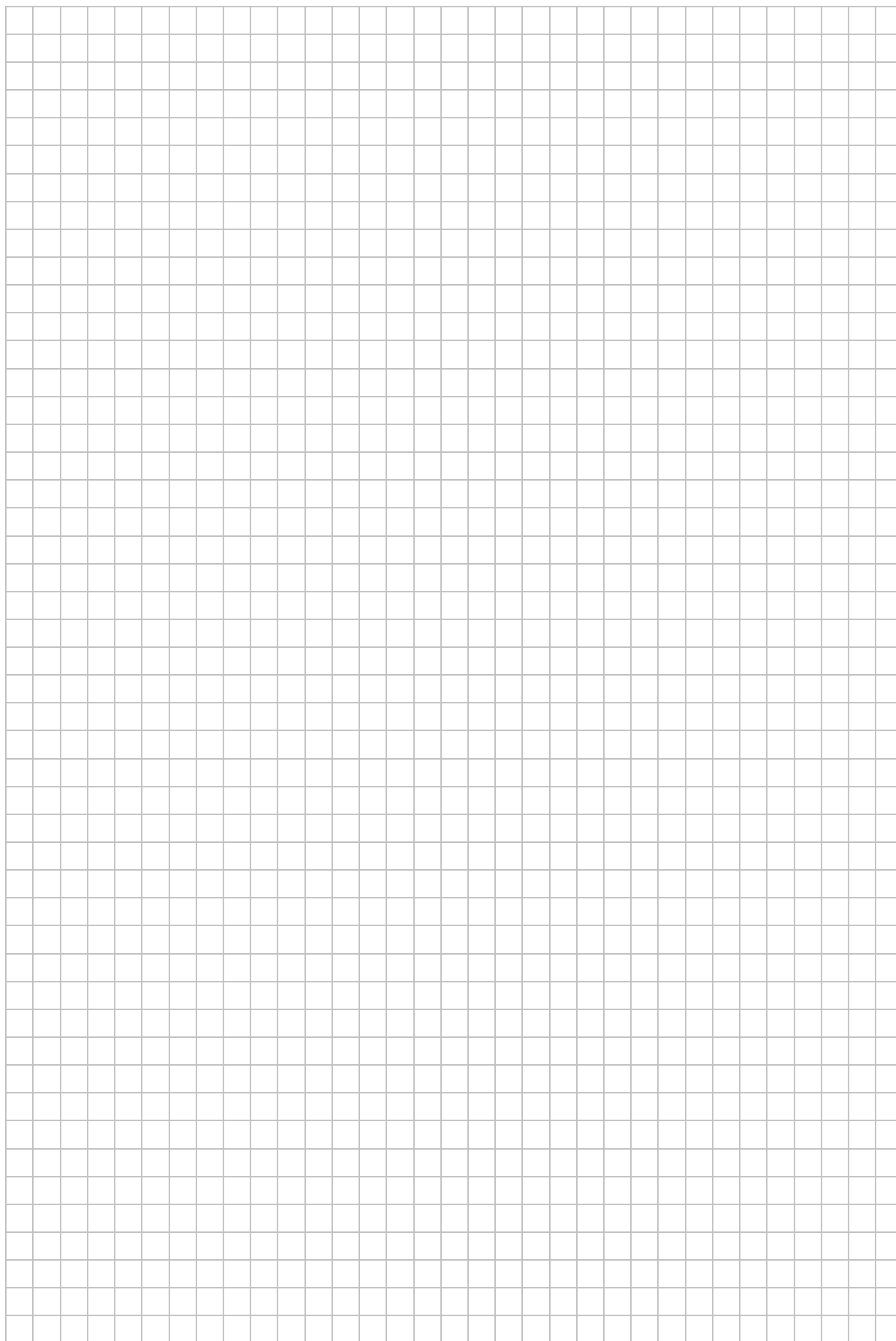
b) Naszkicuj wykres funkcji $g(x) = |f(x)|$.

c) Podaj wszystkie wartości parametru p , dla których równanie $g(x) = p$ ma dokładnie jedno rozwiązanie.



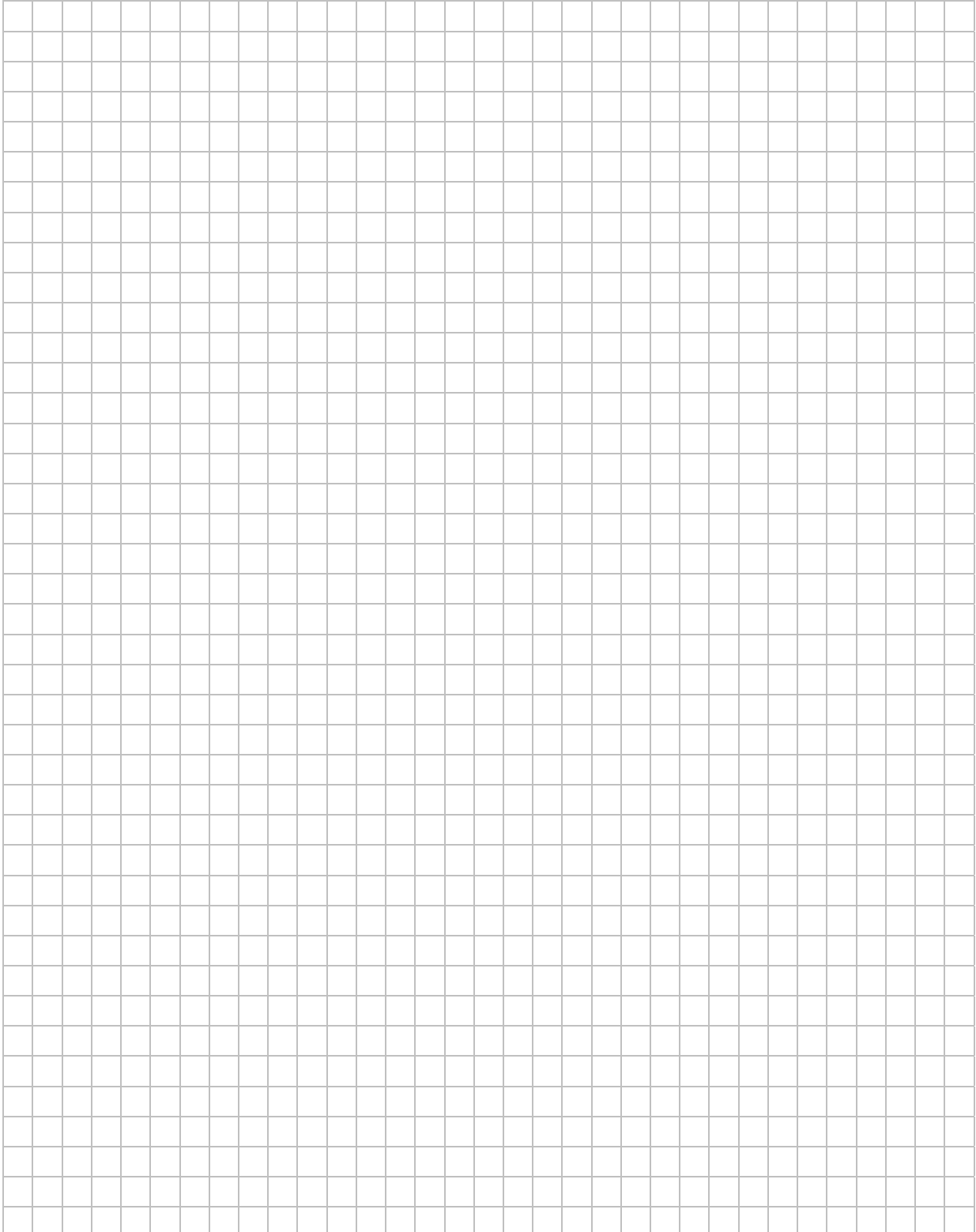


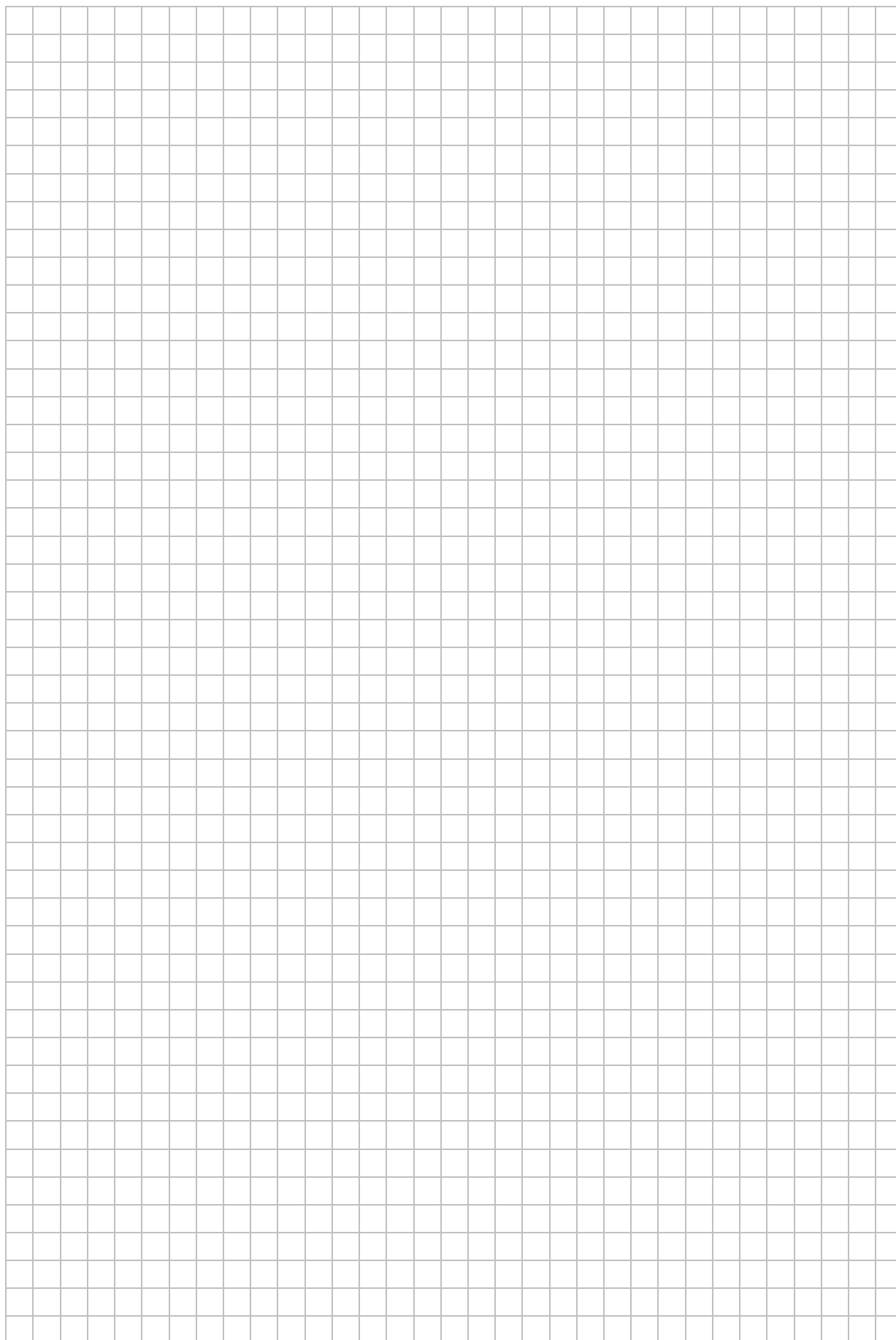
Zadanie 2. (4 pkt)Rozwiąż nierówność $|x + 3| + |3x + 9| < |x + 5|$.



Zadanie 3. (5 pkt)

Jeden z końców odcinka leży na paraboli o równaniu $y = x^2$, a drugi na prostej o równaniu $y = 2x - 6$. Wykaż, że długość tego odcinka jest nie mniejsza od $\sqrt{5}$. Sporządź odpowiedni rysunek.

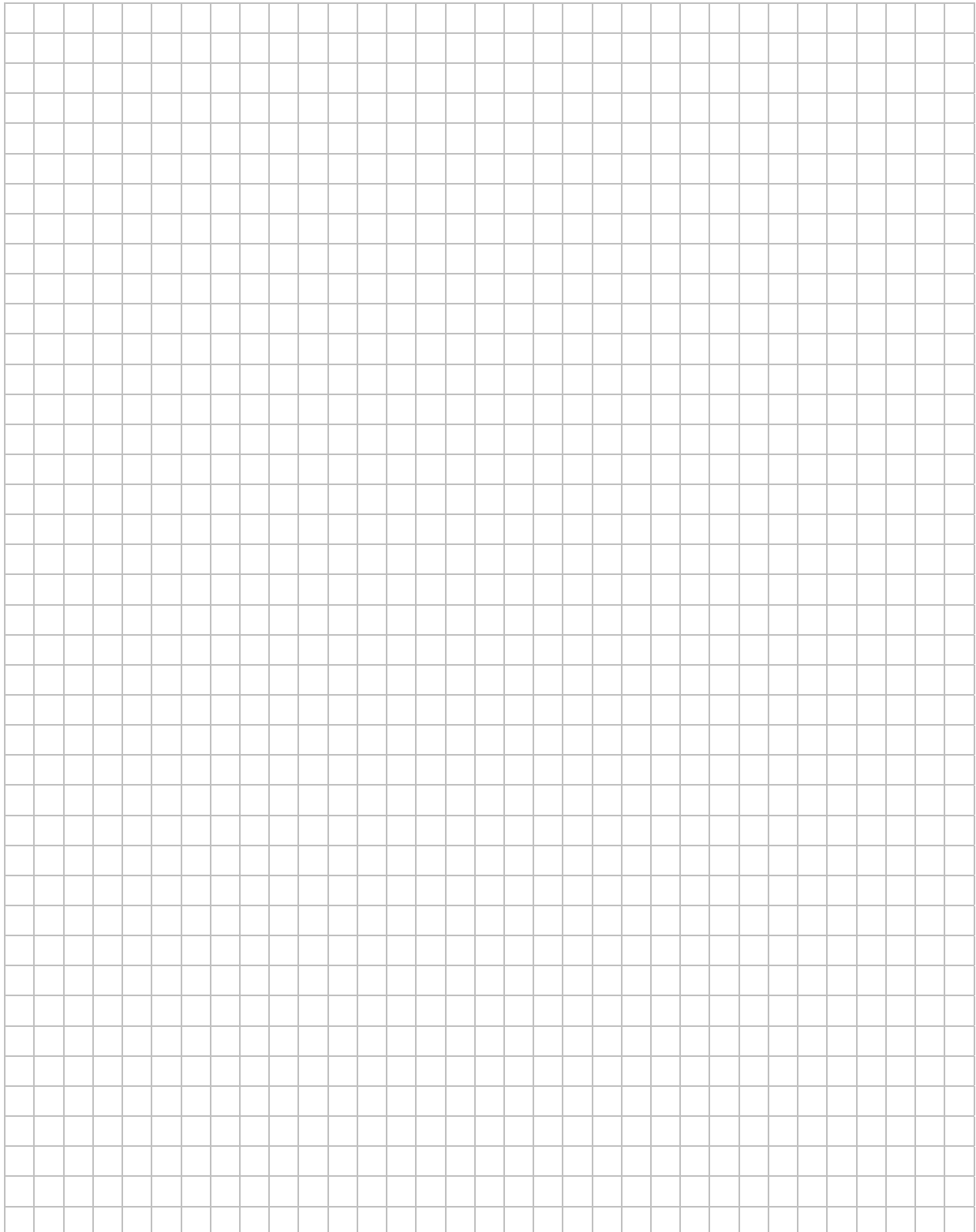


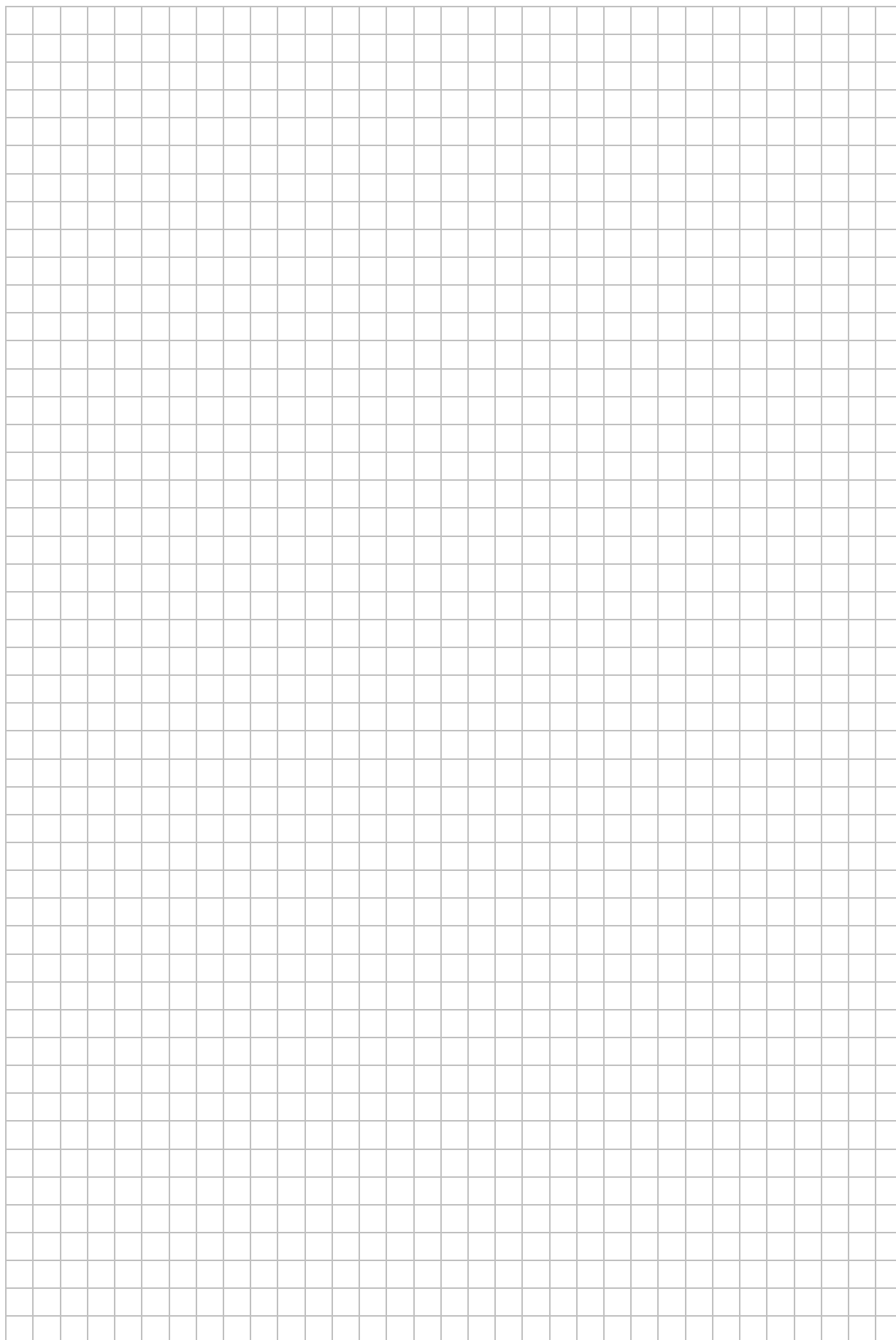


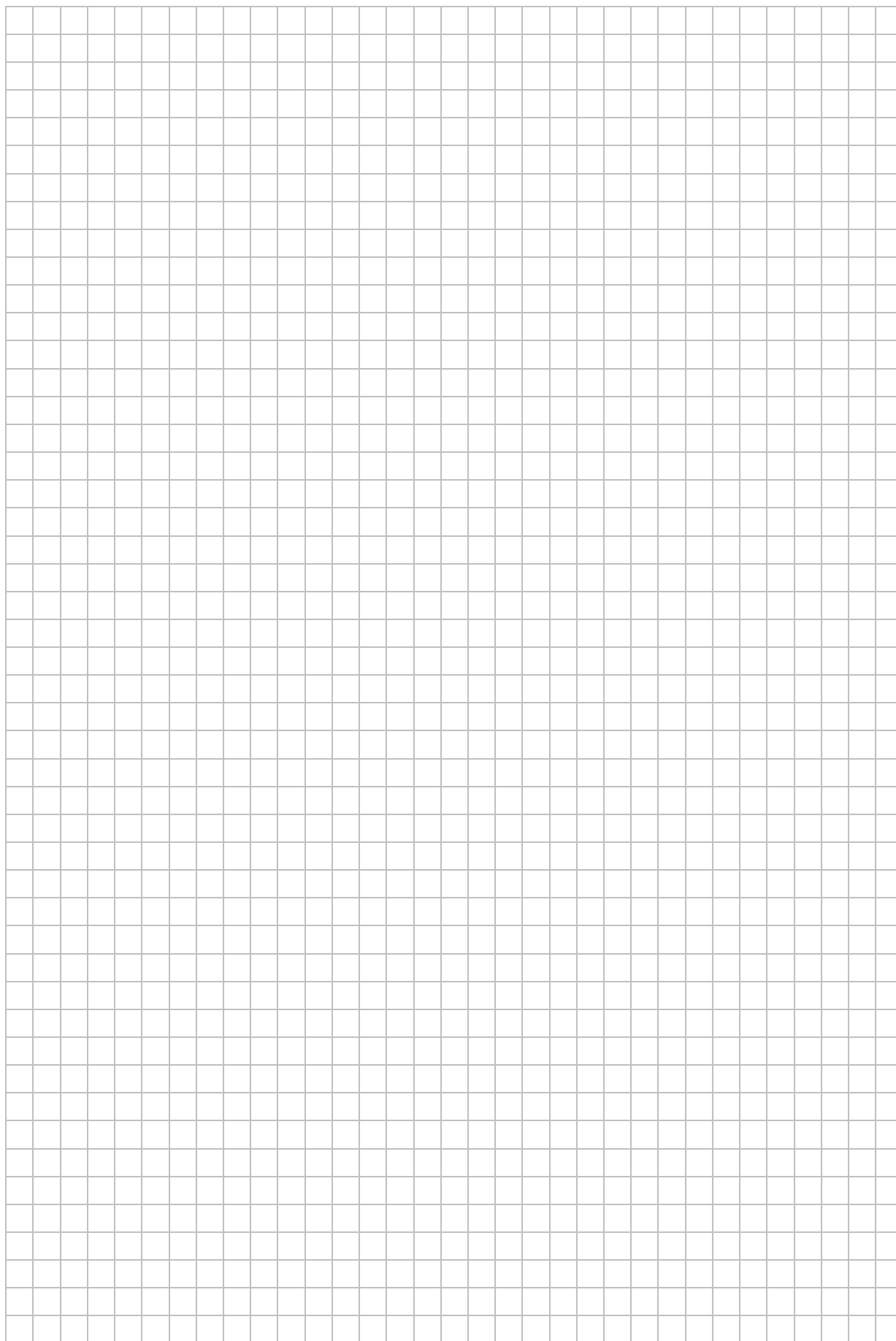
Zadanie 4. (4 pkt)

Oblicz prawdopodobieństwo $P(A' \cap B')$, jeśli $P(A') = \frac{1}{3}$,

$$P(B') = \frac{1}{4} \text{ i } P(A \cap B) = \frac{1}{2}.$$



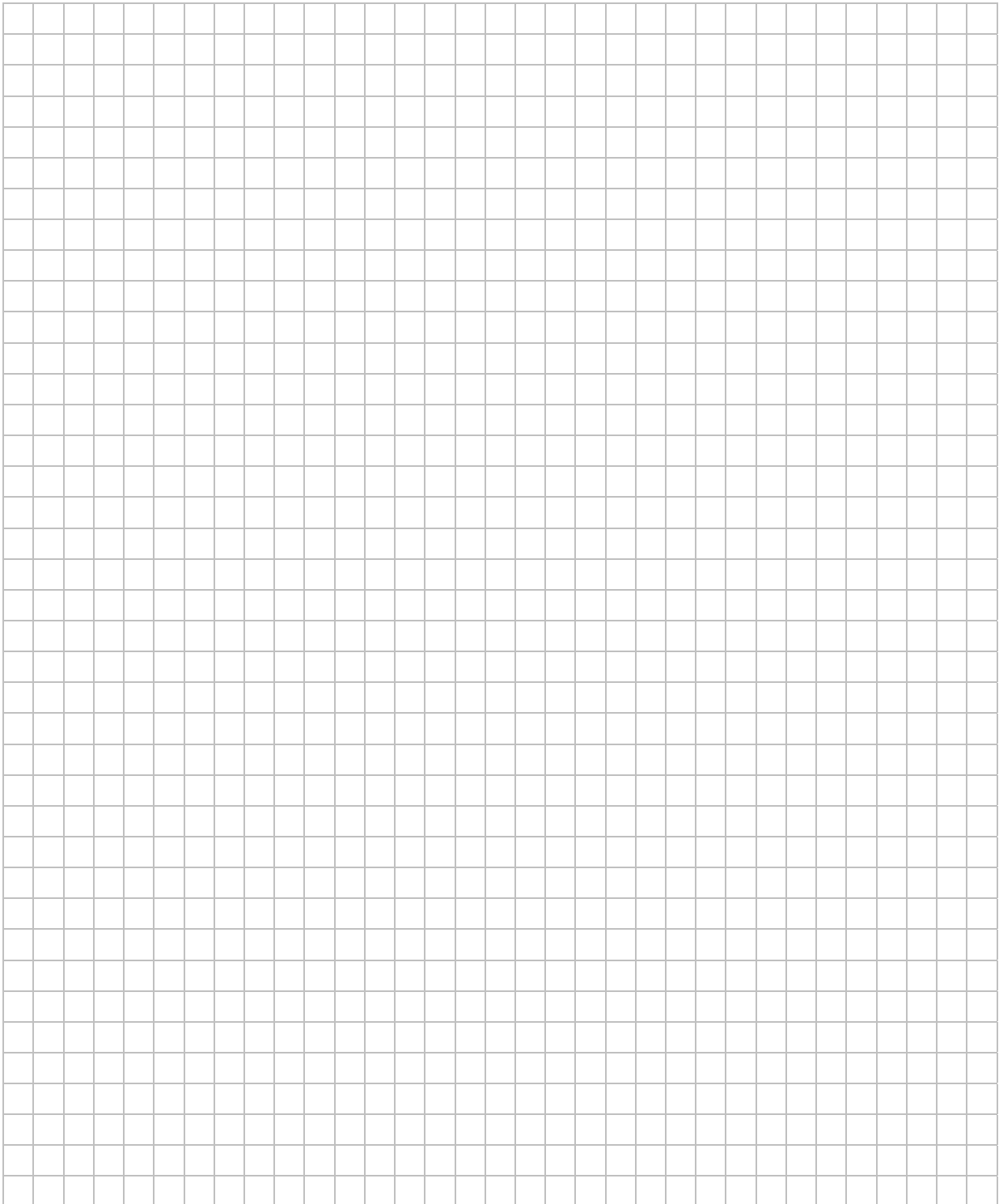


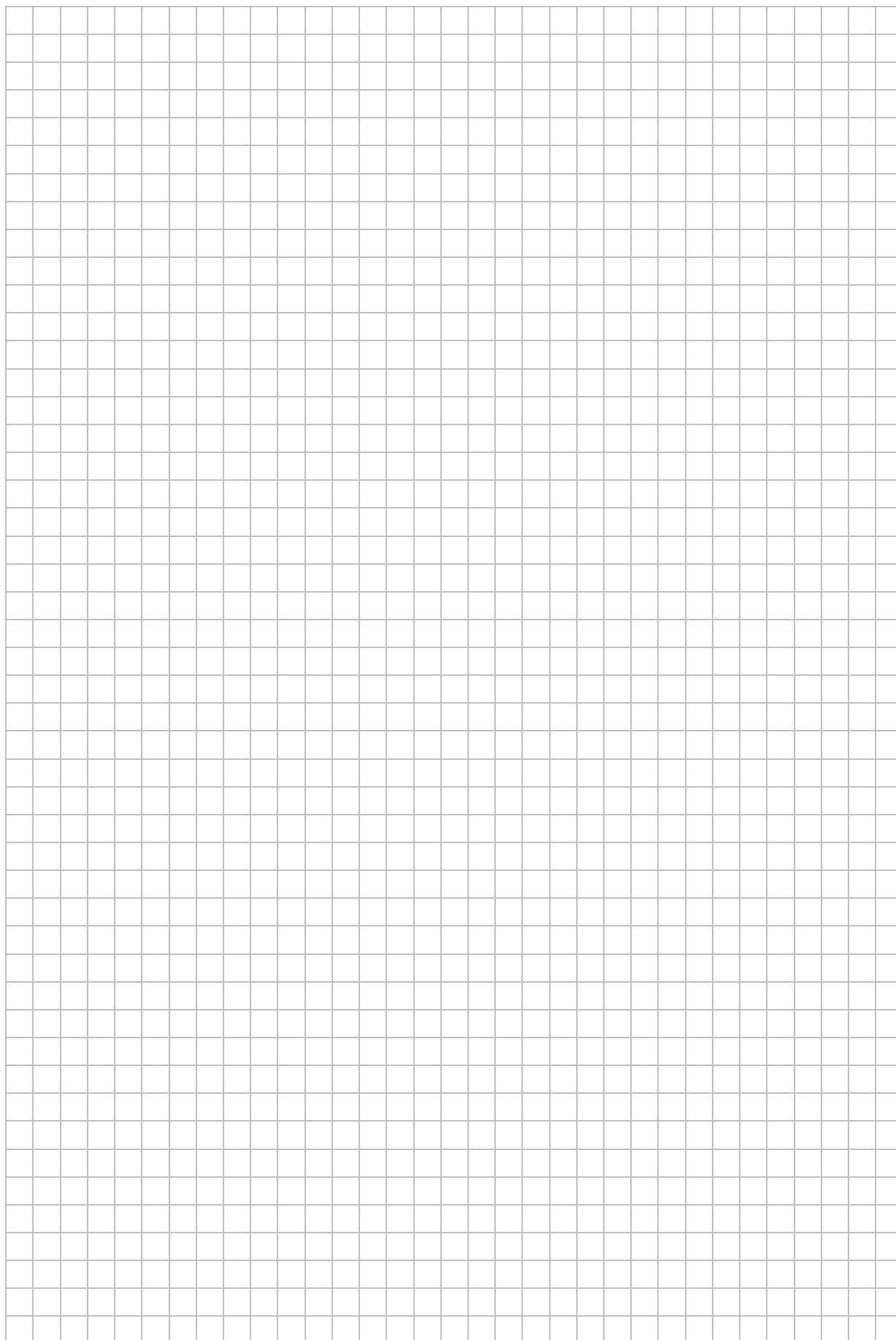


Zadanie 6. (4 pkt)

Porównaj liczby a^b oraz b^a , gdzie $a = \left[(2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} + (2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} \right]^2$,

$$b = \frac{81^{-1} \cdot \sqrt{3}}{27^{-2} \cdot \sqrt[4]{9}}.$$

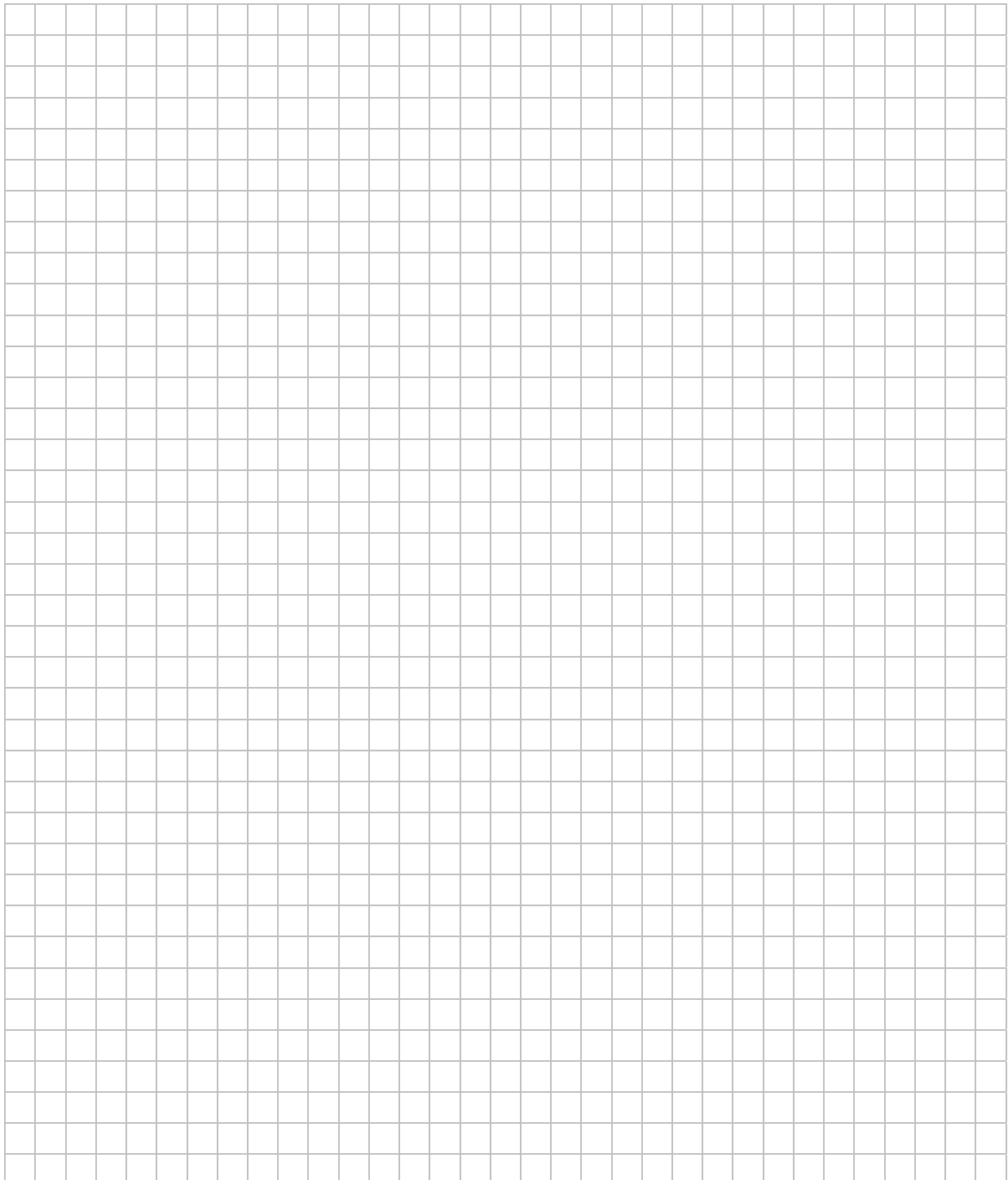


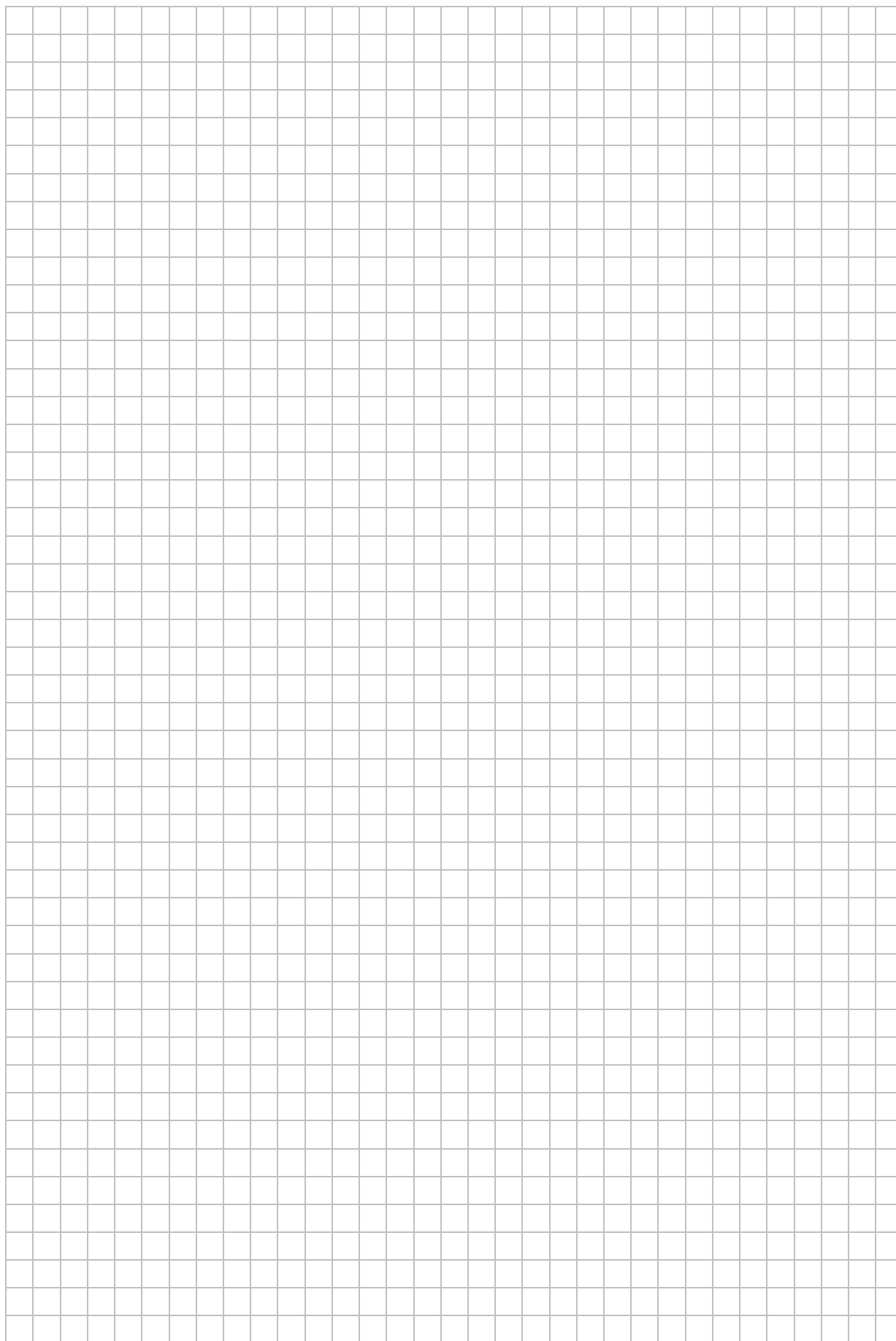


Zadanie 7. (6 pkt)

Dane jest równanie $(x+3) \cdot [x^2 + (p+4)x + (p+1)^2] = 0$
z niewiadomą x .

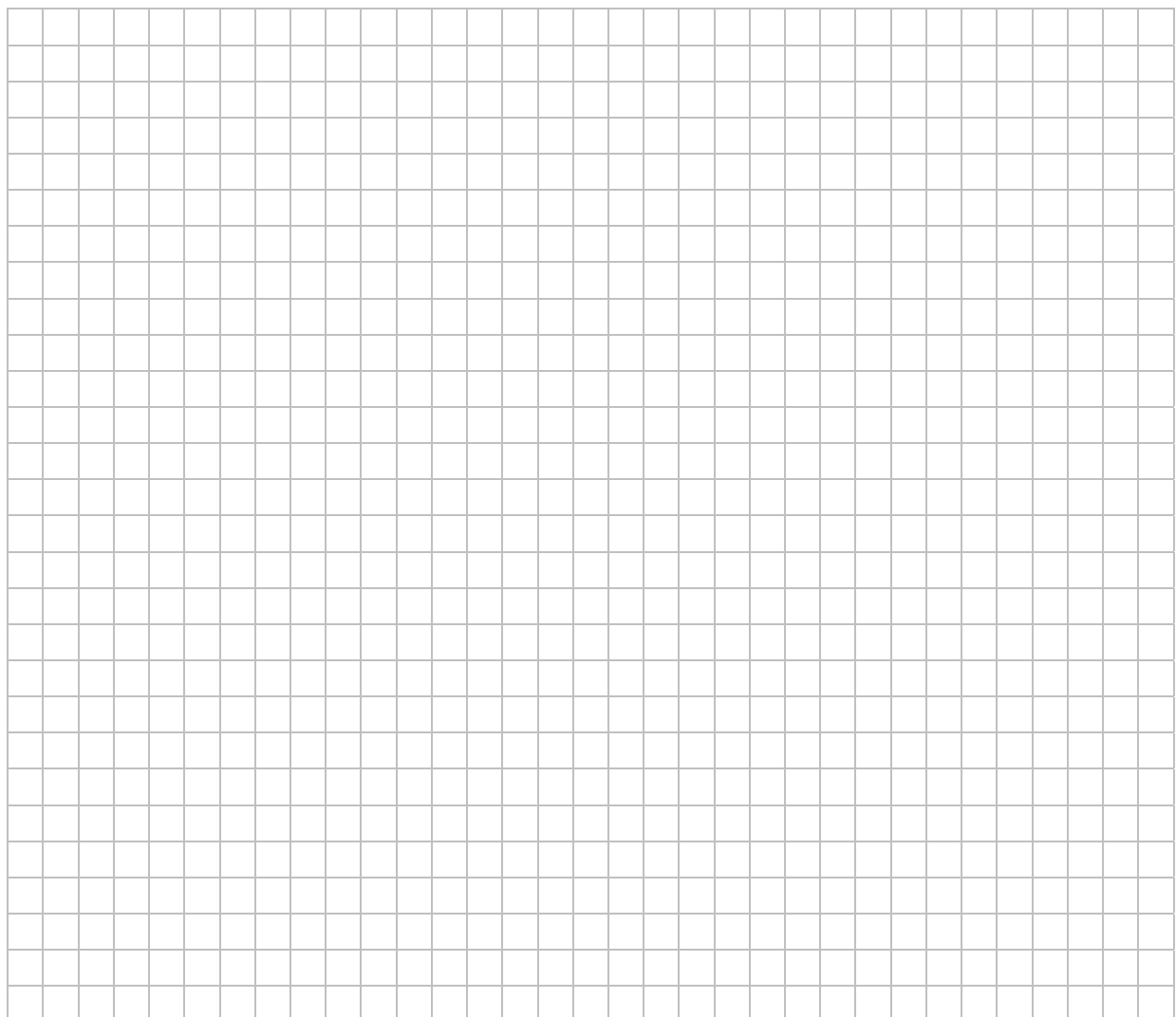
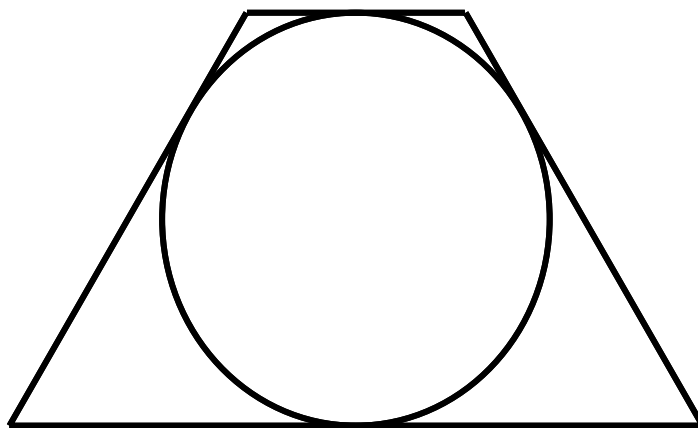
- Rozwiąż to równanie dla $p = 1$.
- Wyznacz wszystkie wartości parametru p , dla których równanie to ma tylko jedno rozwiązanie.

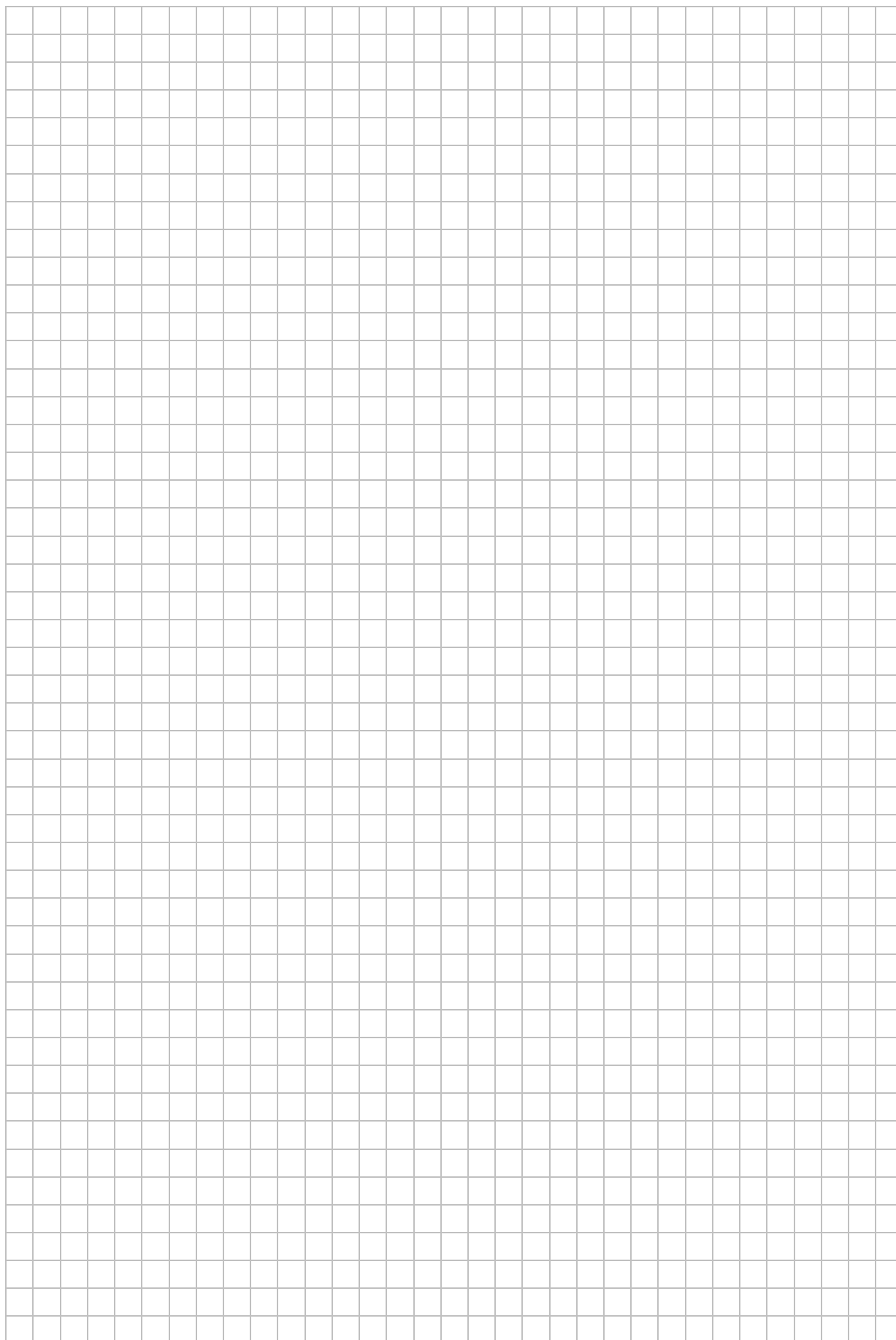




Zadanie 8. (6 pkt)

Trapez równoramienny jest opisany na okręgu. Suma długości krótszej podstawy i ramienia trapezu jest równa 30. Wyraż pole tego trapezu jako funkcję długości jego ramienia. Wyznacz dziedzinę tej funkcji.



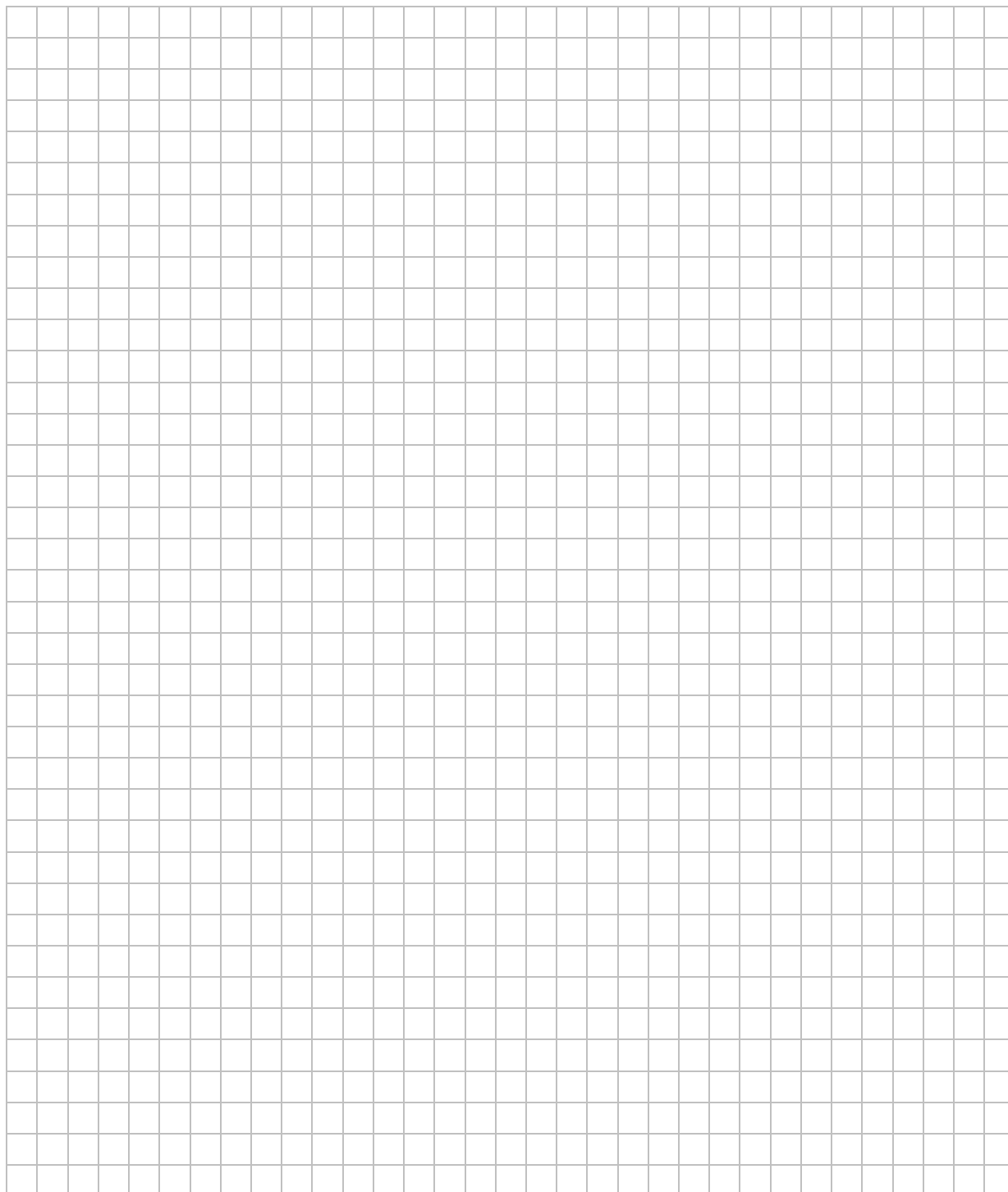


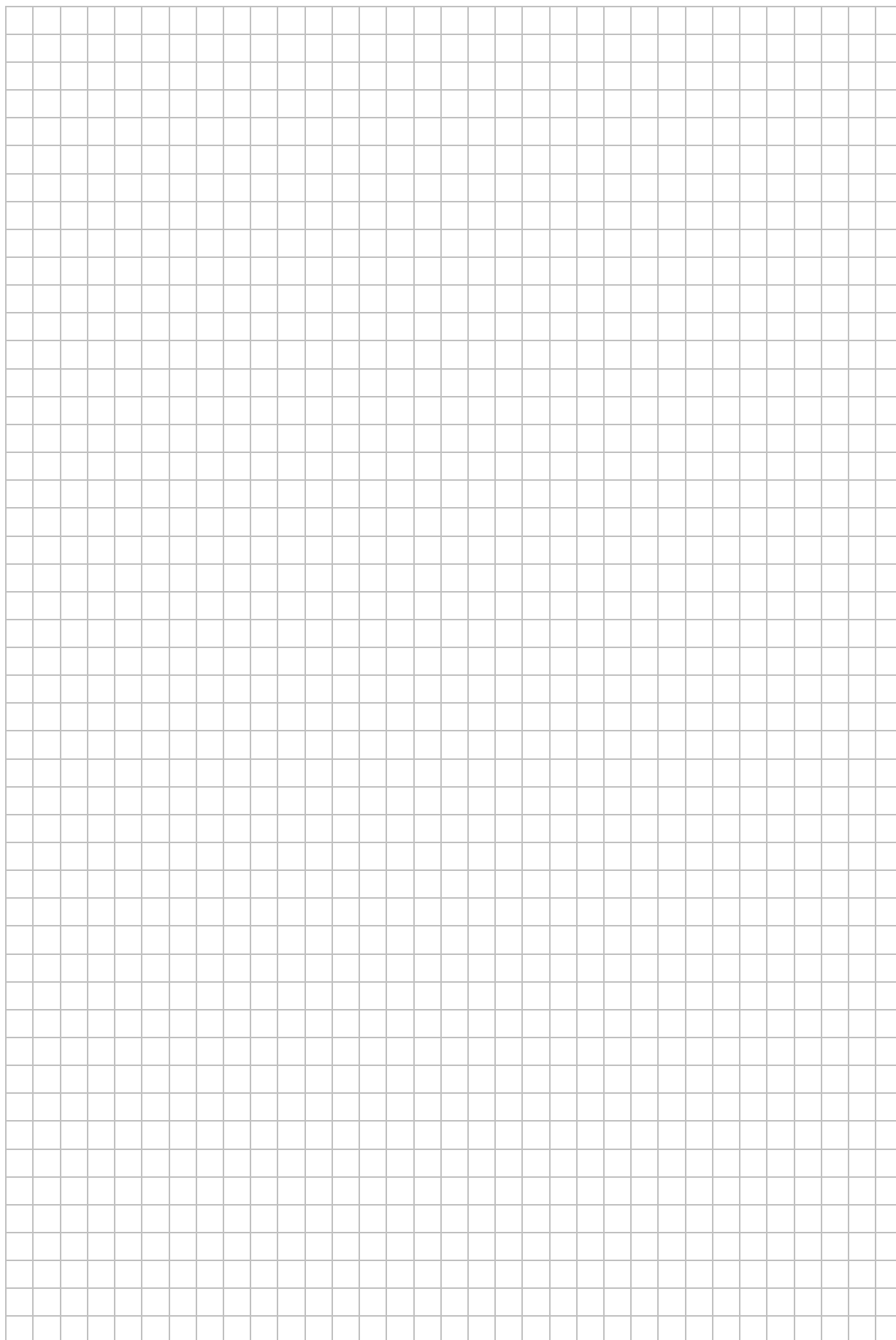
Zadanie 9. (7 pkt)

Środek okręgu przechodzącego przez punkty $A = (1, 4)$ i $B = (-6, 3)$ leży na osi Ox .

a) Wyznacz równanie tego okręgu.

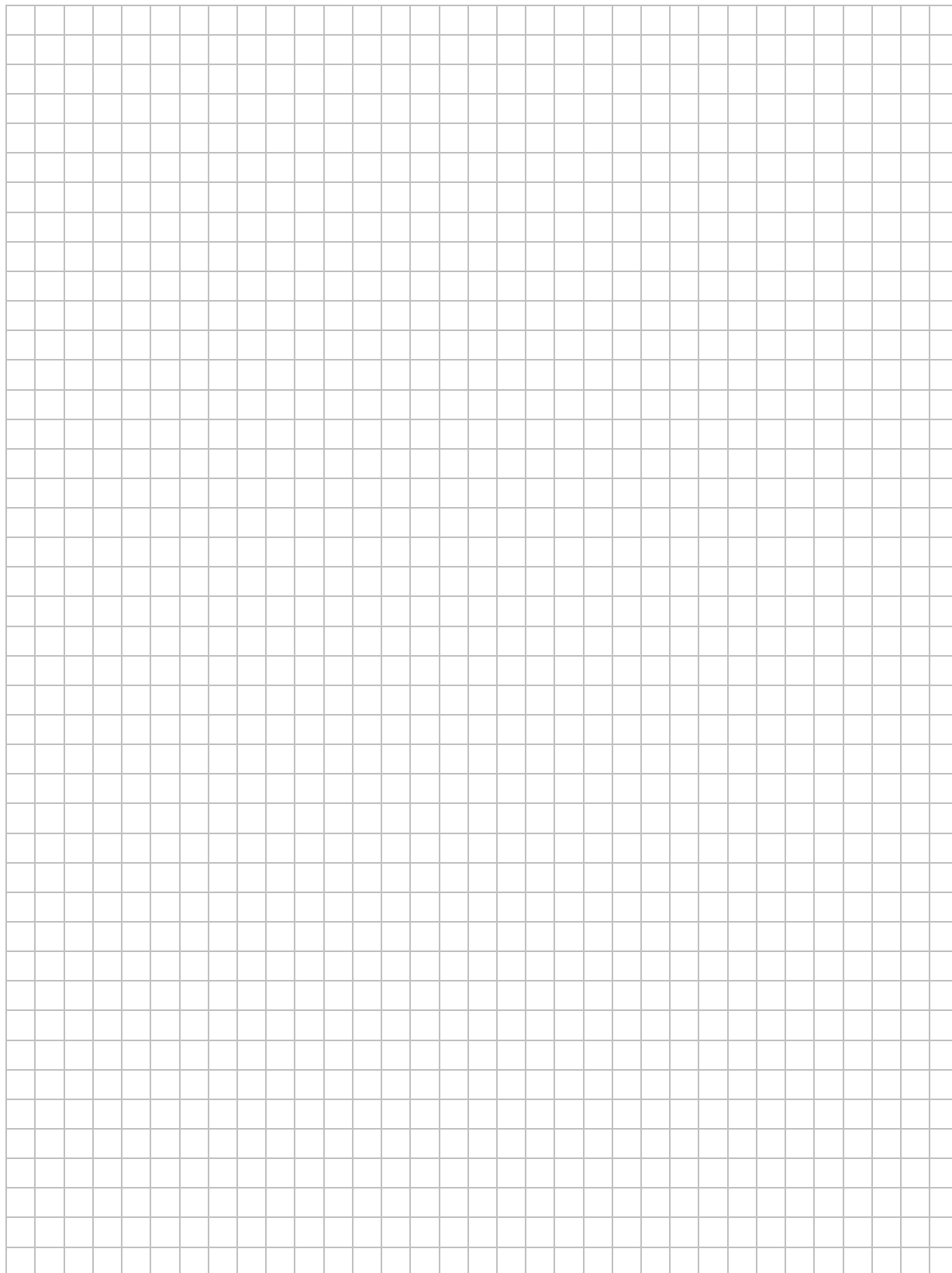
b) Wyznacz równanie prostej prostopadłej do prostej AB i oddalonej od początku układu współrzędnych o $\sqrt{2}$.

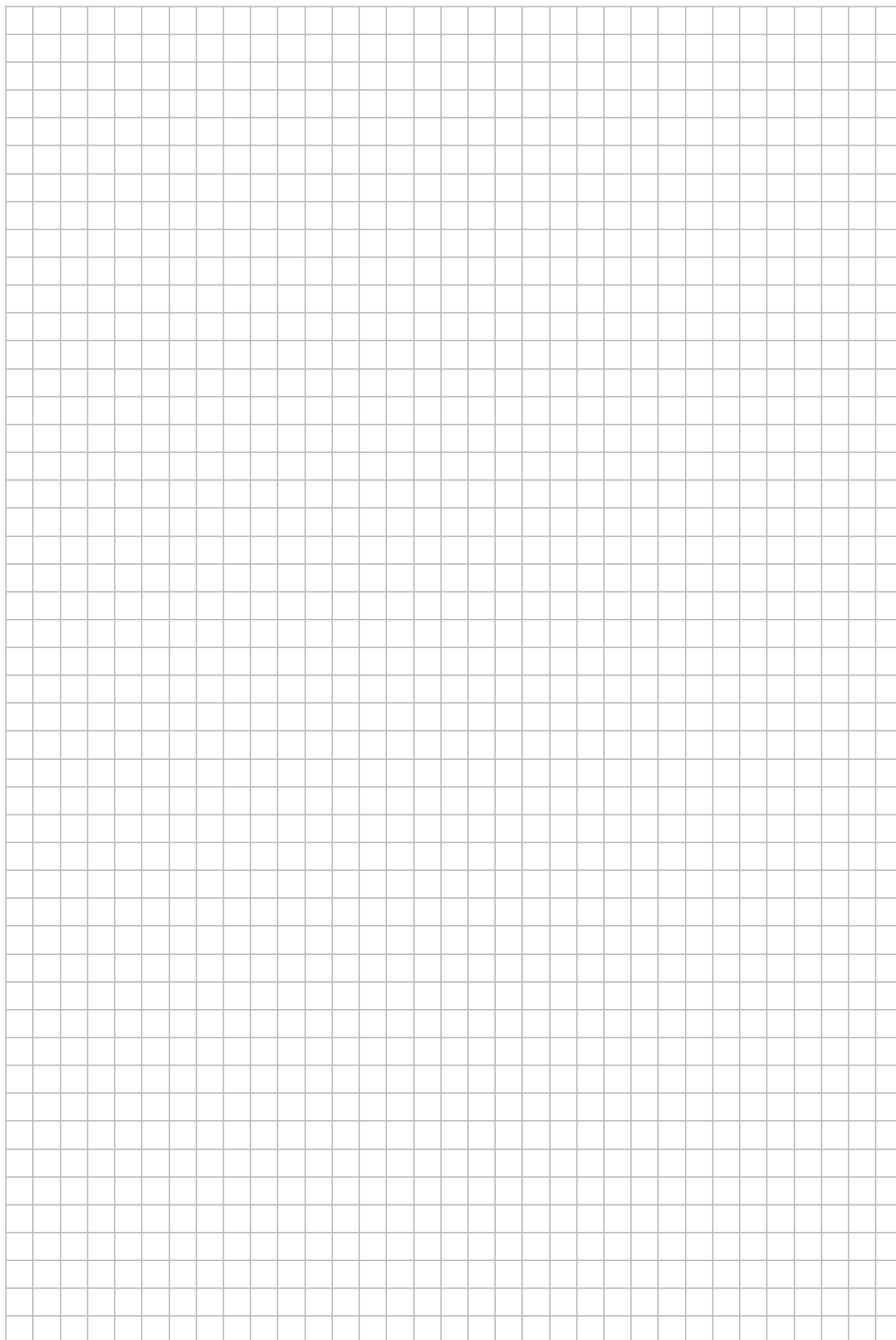




Zadanie 10. (4 pkt)

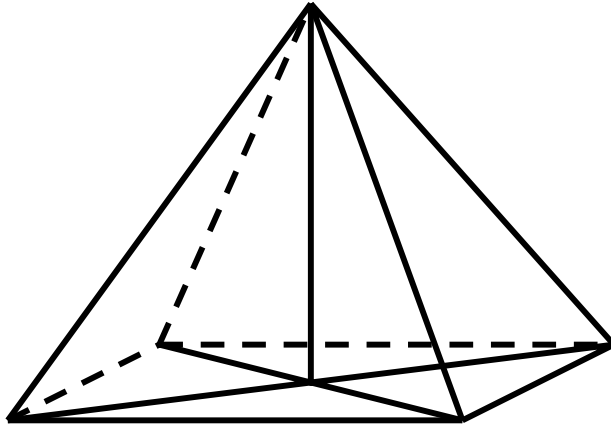
Sinusy kątów ostrych trójkąta prostokątnego oraz liczba 1 tworzą ciąg geometryczny. Oblicz sinus najmniejszego kąta tego trójkąta.

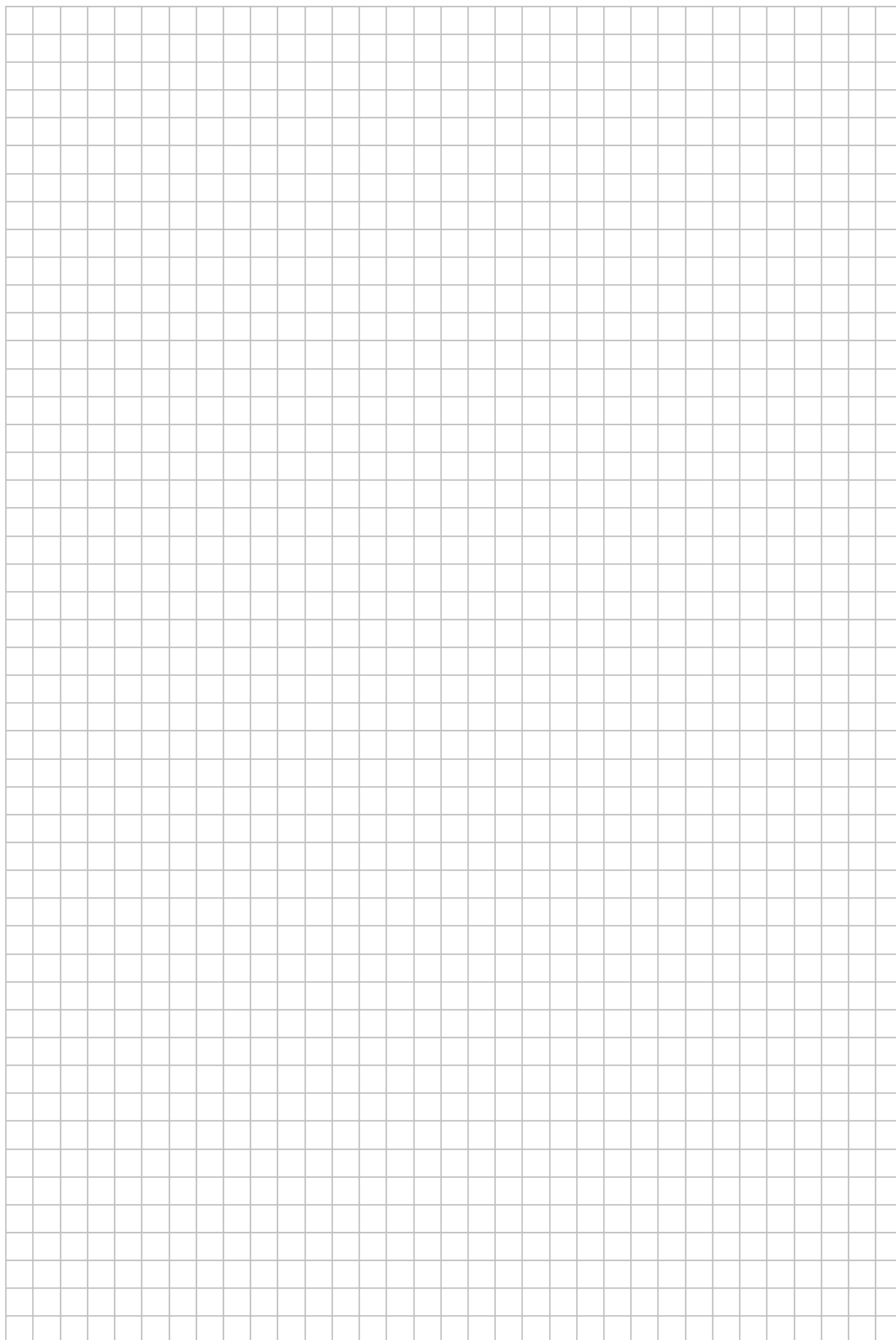




Zadanie 11. (4 pkt)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny, w którym wszystkie krawędzie mają równą długość. Zaznacz na rysunku kąt utworzony przez dwie sąsiednie ściany boczne tego ostrosłupa i oblicz kosinus tego kąta.





BRUDNOPIS